Dizajn eksperimenata "S primjenom u poljoprivredi"

Gunjača, Jerko

Authored book / Autorska knjiga

Publication status / Verzija rada: **Published version / Objavljena verzija rada (izdavačev PDF)**

Publication year / Godina izdavanja: **2022**

Permanent link / Trajna poveznica: https://urn.nsk.hr/urn:nbn:hr:204:444517

Rights / Prava: In copyright / Zaštićeno autorskim pravom.

Download date / Datum preuzimanja: **2024-07-27**

Repository / Repozitorij:

Repository Faculty of Agriculture University of Zagreb

$SS_{FM} = \sum_{i=1}^{t} \sum_{j=1}^{r} (y_{ij} - \bar{y}_{..})^2$
$SD(CRD) = \sqrt{\frac{2 \cdot 2,44}{4}} = 1,10$

CroP-BioDiv

Naziv projekta:
Bioraznolikost i molekularno oplemenjivanje bilja (KK.01.1.1.01.0005)

Naziv korisnika:
Sveučilište u Zagrebu Agronomski fakultet
Znanstveni centar izvrsnosti za bioraznolikost i molekularno oplemenjivanje bilja (ZCI CroP-BioDiv)

Projekt je sufinancirala Europska unija
iz Europskog fonda za regionalni razvoj (www.strukturnifondovi.hr)

Europska unija
Zajedno do fondova EU

EUROPSKI STRUKTURNI I INVESTICIJSKI FONDOVI

Operativni program KONKURENTNOST I KOHEZIJA

Republika Hrvatska

Sadržaj publikacije isključiva je odgovornost Sveučilišta u Zagrebu Agronomskog fakulteta

Impressum

DIZAJN EKSPERIMENATA "S primjenom u poljoprivredi"

Autor
Jerko Gunjača

Izdavač
Sveučilište u Zagrebu Agronomski fakultet i *Znanstveni centar izvrsnosti za bioraznolikost i molekularno oplemenivanje bilja* (CroP-BioDiv)

Recenzenti
prof. dr. sc. Diana Šimić
Sveučilište u Zagrebu Fakultet organizacije i informatike

prof. dr. sc. Anamarija Jazbec
Sveučilište u Zagrebu Šumarski fakultet

prof. dr. sc. Marija Pecina
Sveučilište u Zagrebu Agronomski fakultet

Lektor
mr. sc. Sanja Joka

Grafičko oblikovanje i tisak
PARKO d.o.o.

Fotografije
Sve fotografije su djelo autora, osim dviju fotografija objavljenih prema licencama navedenim u tekstu.

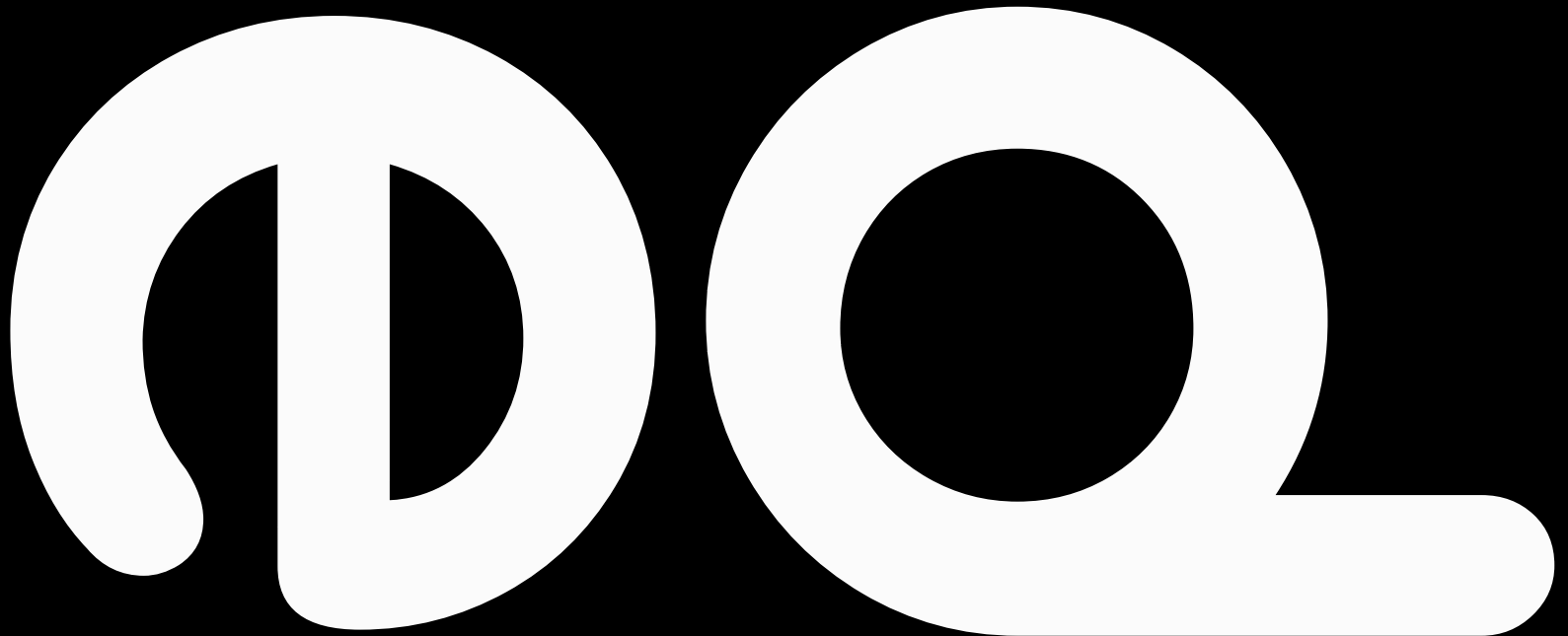
ISBN
978-953-8276-38-5 (tiskano izdanje), 978-953-8276-39-2 (elektronsko izdanje)

CIP zapis je dostupan u računalnome katalogu Nacionalne i sveučilišne knjižnice u Zagrebu pod brojem 001157686.

9 789538 276385

Zagreb, 2022.

Odlukom Fakultetskog vijeća Sveučilišta u Zagrebu Agronomskog fakulteta, KLASA: 602-09/22-02/04, URBROJ: 251-71-29-01/9-22-5, na 3. redovitoj sjednici održanoj 6. prosinca 2022. godine odobrava se korištenje naziva udžbenik Sveučilišta u Zagrebu Agronomskog fakulteta



Predgovor

Ova je knjiga prvenstveno zamišljena kao udžbenik za studente Sveučilišta u Zagrebu Agronomskog fakulteta. Zbog toga i većina primjera koji se pojavljuju u knjizi dolazi iz istraživanja u poljoprivredi, što je i naglašeno podnaslovom „S primjenom u poljoprivredi". Kako su načela eksperimentiranja univerzalna, a opisani dizajni koriste se i u drugim znanstvenim područjima, knjiga bi mogla biti korisna i studentima drugih fakulteta (prvenstveno studentima ostalih fakulteta iz područja biotehničkih znanosti). Konačno, nadam se da će korisno poslužiti i kolegama – agronomima čiji djelokrug rada uključuje i postavljanje pokusa u sklopu znanstvenih istraživanja.

Kratka povijest...

Biometrika i dizajn eksperimenata na Gospodarsko-šumarskom fakultetu u Zagrebu postaju nastavne teme ubrzo nakon njegovog osnutka 1919. godine. Za to najveće zasluge ima akademik Alois Tavčar, autor knjiga *Variaciona statistika u eksperimentalnoj poljoprivredi* (1929) i *Biometrika u poljoprivredi* (1946). Osamdesetih godina prošlog stoljeća, u vrijeme kada sam postao student Fakulteta poljoprivrednih znanosti u Zagrebu, teme biometrike i dizajna eksperimenata bile su objedinjene u predmetu Planiranje i statistička analiza pokusa. U idućem desetljeću, upravo na tom predmetu, postao sam asistent profesorice Đurđice Vasilj na Agronomskom fakultetu u Zagrebu (fakultet je ostao isti, promijenilo se samo ime). Ubrzo je i predmet promijenio ime u Biometrika i planiranje pokusa u bilinogojstvu, a istoimeni udžbenik koji je profesorica Vasilj objavila 2000. godine i dalje se koristi u nastavi. Nakon tzv. „Bolonjske reforme" predmet je podijeljen u dvije zasebne cjeline: Osnove biometrike i Eksperimentalni dizajn. Preuzevši ovaj drugi, nastojao sam osuvremeniti njegov sadržaj dopunjavanjem postojećih i uključivanjem nekih novih cjeli-

na, što je na kraju i rezultiralo pisanjem ove knjige. Tijekom pisanja koristio sam veliki broj literaturnih izvora koji su navedeni na popisu literature, ali znatno češće od ostalih *Biometriku i planiranje pokusa u bilinogojstvu* kao temeljni predložak i *Design of Experiments* Roberta Kuehla kao izvor za nadopunjavanje i osuvremenjivanje.

Nekoliko statističkih pitanja

Očekivano predznanje potrebno za praćenje predmeta Eksperimentalni dizajn uključuje statističke metode kao što su t-test, analiza varijance i regresija. Poglavlje **Osnovne statističke metode i modeli** ipak sadrži osvrt u kojem se ove metode promatraju u nešto drugačijem kontekstu od onog u kojem su prikazane u sklopu predmeta Osnove biometrike.

Prije nego što je nastupilo vrijeme široke dostupnosti osobnih računala, standardni način izvođenja statističkih testova podrazumijevao je uspoređivanje izračunatih testnih statistika s njihovim graničnim vrijednostima očitavanim iz tablica koje su zbog toga bile obavezan dodatak svakog udžbenika iz statistike. Danas je provođenje statističke analize bez primjene računala skoro nezamisliv zadatak, a standardni ispis rezultata u statističkim programima umjesto graničnih vrijednosti uključuje p-vrijednosti testnih statistika, odnosno njihove pripadajuće vjerojatnosti (*probability*). Iako su zato statističke tablice uglavnom postale suvišne, u nastavi temeljnih predmeta iz statistike još se uvijek prakticira provođenje testova uz njihovo korištenje. Iz tog su razloga (zbog kontinuiteta) u ovoj knjizi u početnim primjerima prikazane granične vrijednosti očitane iz statističkih tablica, a u svim ostalim primjerima p-vrijednosti. Bez obzira na to, smatrao

sam da u dodatak knjizi nije potrebno uvrštavati statističke tablice: osim što su lako dostupne putem interneta, mogu se vrlo lako rekonstruirati u svakom računalnom programu za tablično računanje koji pruža mogućnost primjene statističkih funkcija.

Rezultati statističkih analiza u knjigama o dizajnu eksperimenata često su prikazani kao ispisi analiza provedenih korištenjem nekog statističkog programa. Pored ispisa rezultata ponekad je priložen i kod koji je korišten za provođenje analize. Ipak sam odustao od takvog pristupa sjetivši se koliko sam puta morao mijenjati nastavne materijale, jer je izlaskom nove verzije programa kôd koji sam do tada koristio prestao biti funkcionalan. Knjiga će biti izdana i u tiskanom obliku, pa takve izmjene neće biti moguće. Statistička analiza svih primjera u knjizi provedena je u programskom okruženju R, a vrlo slični primjeri s detaljnim objašnjenjem primijenjenog koda objavljeni su u popratnom priručniku (Dizajn eksperimenata s primjenom u poljoprivredi – Priručnik s primjerima u R-u). Priručnik je objavljen samo u elektronskom izdanju pa će u njemu biti lakše provesti sve potrebne izmjene, a slobodno je dostupan na mrežnim stranicama Fakulteta, odnosno Centralne agronomske knjižnice (CAK).

Zahvale

Najteže se zahvaliti onima kojih više nema među nama, profesorici Đurđici Vasilj, profesoru Miroslavu Kapšu i gospođi Kruni Čermak-Horbec. Profesorica Vasilj mi je ostavila u nasljeđe predmet i udžbenik, koji predstavljaju temelj na kojem je nastala ova knjiga. Miroslava sam uvijek doživljavao kao prijatelja i mentora, a njegova recenzija ranije objavljenog popratnog priručnika izuzetno mi je pomogla i pri koncipiranju i pisanju nekih važnih dijelova knjige. U ranom razdoblju hrvatske samostalnosti gospođa Čermak-Horbec imala je nezamjenjivu ulogu u uspostavljanju sustava sortnih pokusa, a posebno sam joj zahvalan za ishođenje potrebnih dozvola za korištenje podataka iz sortnih pokusa.

Prvu verziju rukopisa bez tablica, slika i ostalih priloga, te s dva nedovršena poglavlja sastavljao sam od 2013. – 2014. godine kada sam koristio slobodnu akademsku godinu, stoga se zahvaljujem Fakultetskom vijeću koje mi je to odobrilo. Ta se prva verzija (kao i sve kasnije) izravno temeljila na nastavnim materijalima za predmet Eksperimentalni dizajn u čijoj su mi izradi dragocjenu pomoć pružili moji najbližih suradnici: Marija Pecina i Toni Safner. Posebnu

Slijeva nadesno: M. Pecina, K. Čermak-Horbec, J. Gunjača, Đ. Vasilj

zahvalu također dugujem Emlynu Williamsu, nakon čijeg sam niza vrlo inspirativnih predavanja sasvim promijenio način razmišljanja o dizajnu eksperimenata. Ideje za neka od rješenja koja sam primijenio, dobio sam recenzirajući knjigu Pokusi u poljoprivredi koju je zajedno sa svojim suradnicima napisala kolegica Zrinka Knezović.

Svi primjeri u knjizi izvedeni su iz istraživanja na kojima sam surađivao s kolegama Zlatkom Janječićem, Vesnom Židovec, Sanjom Slunjski, Borisom Lazarevićem, Daliborom Ballianom, Mirkom Jukićem, Ivicom Buhiničekom, Hrvojem Šarčevićem, Miroslavom Bukanom, kao i kolegama iz Zavoda za vinogradarstvo i vinarstvo i Zavoda za sjemenarstvo. Također se zahvaljujem i kolegama iz Centra za sjemenarstvo i rasadničarstvo, a posebno Marini Zorić.

Posebne zasluge za izgled konačne verzije knjige pripadaju recenzenticama, na temelju čijih sam savjeta i komentara potpuno preoblikovao drugo poglavlje, te unio niz ispravaka i dopuna u ostala poglavlja.

Gornji red, slijeva nadesno: B. Dalbelo Bašić, D. Šimić, V. Hljuz Dobrić, A. Jazbec, M. Pecina, R. Caput-Jogunica; donji red, slijeva nadesno: M. Kapš, J. Gunjača, Z. Šatović

Za kraj uvijek ostaje ono najvažnije: zahvala mojoj obitelji koja je morala podnositi sve one dane i sate tijekom kojih sam bio „tijelom prisutan, a duhom odsutan".

Sadržaj

1	**Uvod u eksperimentiranje**	**1**
1.1	Načela eksperimentiranja	1
1.2	Osnovni pojmovi u eksperimentiranju	2
2	**Osnovne statističke metode i modeli**	**8**
2.1	Model jednosmjerne analize varijance	8
2.2	Opći linearni model	17
2.3	Provjera pretpostavki	19
2.4	Višestruke usporedbe	38
2.5	Potpuno slučajan raspored	45
3	**Višefaktorski pokusi**	**38**
3.1	Struktura tretiranja	38
3.2	Statistička analiza dvofaktorskog pokusa	41
3.3	Hijerarhijski model	47
3.4	Mješoviti modeli	50
3.5	Pokusi s više od dva faktora	55
4	**Dizajni s potpunim blokovima**	**58**
4.1	Slučajni blokni raspored	58
4.2	Latinski kvadrat	65
5	**Dizajni s nepotpunim blokovima**	**70**
5.1	Alfa dizajn	72
5.2	Latinizacija	77
5.3	Redno-stupčani dizajn	77
6	**Dizajni s razdijeljenim parcelama**	**83**
6.1	Split-plot	83
6.2	Kompleksniji tipovi dizajna s razdijeljenim parcelama	88

7	**Učinkovitost dizajna**	**89**
7.1	Dizajni s potpunim blokovima	89
7.2	Dizajni s nepotpunim blokovima	95
7.3	Dizajni s razdijeljenim parcelama	99
8	**Specifični dizajni i metode**	**102**
8.1	Analiza kovarijance	102
8.2	Dizajn s ponovljenim mjerenjima	102
8.3	Prostorna analiza	103
8.4	Dizajni s djelomičnim ponavljanjem	104
8.5	Prijelazni dizajni	105
9	**Literatura**	**106**
10	**Dodatak**	**108**
10.1	Matrični zapis modela	108
10.2	„Procijenjeni rubni prosjeci”	110
10.3	Aproksimacija broja stupnjeva slobode	114
10.4	Alternativni način konstrukcije alfa dizajna	116
10.5	Podatci za Primjer 5.1	116
10.6	Podatci za Primjer 5.2	117
10.7	Podatci za Primjer 6.1	118
	Kazalo pojmova	119

1 Uvod u eksperimentiranje

Pokus ili eksperiment često je ključni element znanstvenog istraživanja, iako ne mora nužno biti njegov neizostavan sastavni dio. Temelj je svakog znanstvenog istraživanja jedna ili više pretpostavki (hipoteza), čija se vjerodostojnost istražuje, te zaključno potvrđuje ili opovrgava. Vjerodostojnost pretpostavki može se ispitati na više načina, a jedan je od njih provođenje pokusa. U načelu, pokus se provodi tako da se na različitim pokusnim jedinicama primjenjuju različite razine jednog ili više faktora za koje se pretpostavlja da imaju utjecaj na neko svojstvo ili više svojstava tih pokusnih jedinica; proučavanje tog utjecaja je i cilj samog istraživanja. Osim primijenjenih faktora, na promatrano svojstvo može utjecati još i niz drugih faktora koji se nalaze izvan kontrole istraživača. Radi provjere postavljenih hipoteza nužno je usporediti učinke razina primijenjenog faktora na promatrano svojstvo, a prethodno je, naravno, potrebno što točnije procijeniti te učinke. Zbog djelovanja faktora izvan kontrole istraživača procjene učinaka razina primijenjenog faktora nisu nepristrane; usporedbom procjena učinaka otkriva se njihova razlika koja je veća ili manja nego što bi stvarno trebala biti. Što je jači utjecaj faktora izvan kontrole istraživača, to će udaljenija biti procijenjena razlika učinaka razina primijenjenog faktora od njene stvarne vrijednosti; s jedne strane ona može biti višekratno veća nego što bi trebala biti, a s druge strane može potpuno nestati ili čak imati suprotan predznak. Djelovanje faktora izvan kontrole istraživača, dakle, predstavlja „smetnju", odnosno „pogrešku", jer rezultira pogrešnim procjenama učinaka razina primijenjenih faktora. Stoga je uloga dizajna pokusa sljedeća: što je više moguće smanjiti pogrešku, odnosno ublažiti utjecaj faktora izvan kontrole istraživača, kako bi se postigla što nepristranija procjena učinaka razina primijenjenog faktora.

1.1 Načela eksperimentiranja

Najzaslužnija je osoba za suvremenu koncepciju planiranja pokusa Sir Ronald A. Fisher (1890-1962). Nakon završetka školovanja Fisher se bavio različitim poslovima, a slobodno je vrijeme posvećivao svojim znanstvenim interesima za genetiku i statistiku. Objavio je nekoliko zapaženih znanstvenih radova, na temelju čega su mu istovremeno ponuđene dvije mogućnosti zapošljavanja na radnom mjestu statističara. Jedna je od ponuda bio posao u Galtonovom laboratoriju pod vodstvom Karla Pearsona, a druga, posao na eksperimentalnoj stanici Rothamsted čiji je ravnatelj bio Sir John Russell. Procijenivši da će tamo imati znatno više slobode u istraživačkom radu,

prihvatio je ponudu za posao u Rothamstedu. Prvobitna Russellova ideja bila je da Fisher ponovno analizira podatke prikupljene u poljskim pokusima u Rothamstedu tijekom proteklih 75 godina, primjenjujući „moderne statističke metode". Fisher time baš nije bio oduševljen, te je kasnije taj zadatak zlobno usporedio s „grabljanjem po gomili blata". Umjesto toga, dobivši potpunu slobodu koju je i priželjkivao, razvijao je nove metode dizajna i statističke analize pokusa rješavajući mnoge konkretne probleme s kojima su se susretali istraživači u Rothamstedu. Ideje stečene na temelju iskustva višegodišnjeg rada u Rothamstedu sabrao je u dvije knjige koje predstavljaju temeljne reference na području dizajna eksperimenata: *Statistical Principles for Research Workers* (1925) i *The Design of Experiments* (1935). U njima je definirao osnovna načela eksperimentiranja: **ponavljanje** (*replication*), **slučajan raspored** (*randomization*) i **lokalnu kontrolu** (*local control*). Prema tim načelima svaka od razina faktora mora se primijeniti na više od jedne pokusne jedinice (ponavljanje), pri čemu njihovo raspoređivanje na pokusne jedinice mora biti slučajno (randomizacija), što zajedno s uvođenjem odgovarajućih elemenata dizajna (lokalna kontrola) osigurava točniju procjenu učinaka razina primijenjenog faktora, ali i pogreške.

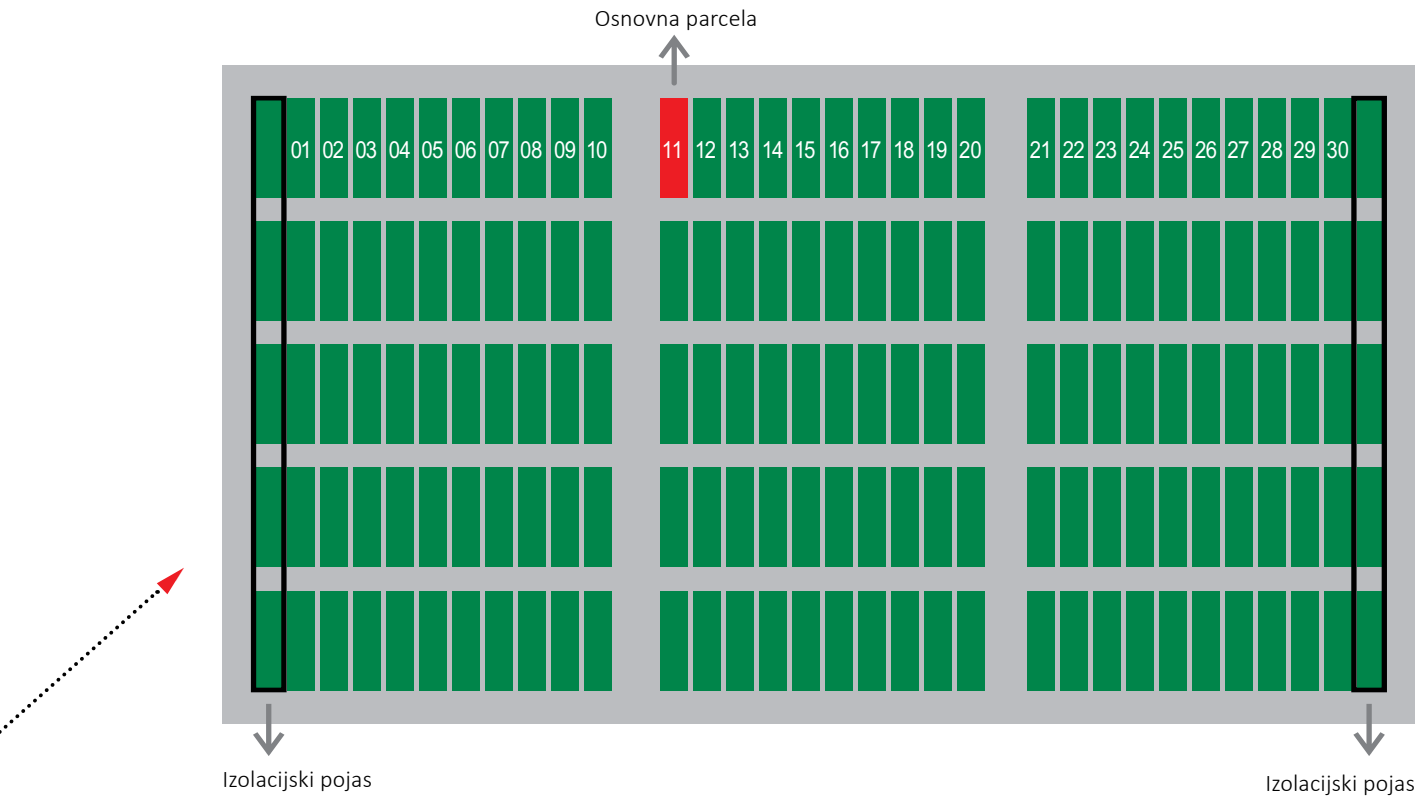
Slika 1.1 Frank Yates, Sir Ronald A. Fisher i William G. Cochran – autor: Barry Eagle, objavljeno prema licenci: https://creativecommons.org/licenses/by-sa/4.0/deed.en.

1.2 Osnovni pojmovi u eksperimentiranju

U uvodnom se dijelu ovog poglavlja u definiciji pokusa navode razine faktora čiji se utjecaj na pokusne jedinice istražuje, a one se u tom kontekstu nazivaju **tretiranja** ili članovi pokusa. Ta-

kođer se mogu definirati kao „od istraživača nametnuti zahvati čiji se učinci prate i vrednuju u pokusu" (Vasilj, 2000). Mogući su primjeri eksperimenata u poljoprivredi istraživanje utjecaja različitih gnojiva na visinu biljaka pšenice, ili utjecaja različitih hranidbenih smjesa na prirast svinja, ili utjecaja različitih insekticida na suzbijanje štetnika… Istovremeno se u jednom pokusu može istraživati utjecaj jednog ili više faktora na promatrano svojstvo, čemu je posvećeno poglavlje **Višefaktorski pokusi**. Većina primjera koji će se koristiti u ovoj knjizi zasniva se na **poljskim pokusima**, odnosno pokusima s kultiviranim biljnim vrstama koji se provode u **pokusnom polju**. Kako bi pokus pružio što pouzdanije zaključke o razlikama između primijenjenih tretiranja, pokusno polje trebalo bi biti što je više moguće homogeno, u smislu da bi uvjeti za rast i razvoj biljaka koji u njemu vladaju trebali biti što ujednačeniji. Ukoliko se ustanovi da su uvjeti izrazito neujednačeni, potrebno je provesti sve agrotehničke (meliorativne) zahvate kako bi se što je više moguće smanjila heterogenost pokusnog polja. Na Slici 1.2 prikazan je dio pokusnog polja pokušališta „Maksimir" Sveučilišta u Zagrebu Agronomskog fakulteta, na kojem je postavljen jedan pokus.

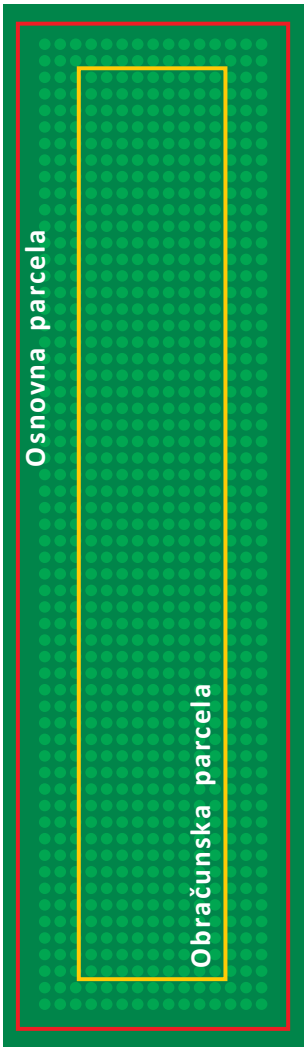
Slika 1.2 Pokus postavljen na pokušalištu „Maksimir".



Slika 1.3 Osnovne parcele, tretiranja i izolacijski pojas.

Veličina pokusne jedinice ovisi o cilju pokusa i nizu drugih čimbenika, pa može varirati od situacije da je predstavlja samo jedna jedinka do situacije da podrazumijeva skupinu jedinki koja se može sastojati od nekoliko stotina (ili čak i od nekoliko tisuća) jedinki. Ono što jednu pokusnu jedinicu čini različitom od susjednih pokusnih jedinica različita su tretiranja koja su na njima primijenjena, dok su sve jedinke iste pokusne jedinice tretirane istim tretiranjem. Osnovna pokusna jedinica pokusnog polja naziva se **osnovna parcela**. Na Slici 1.3 (uvećani dio Slike 1.2) crvenom je bojom označena jedna od osnovnih parcela u pokusu. Na toj je parceli primijenjeno tretiranje broj 11., jedno od trideset tretiranja čiji se učinak istraživao u ovom pokusu. Izdužene pravokutne parcele poput ovih koje su prikazane na slici karakteristične su za pokuse sa žitaricama. Na njima, na vrlo maloj površini od svega nekoliko m^2, može rasti i nekoliko stotina biljaka. Na svim tim biljkama primijenjeno je isto tretiranje, te se za cjelokupnu parcelu iskazuje jedinstvena vrijednost promatranog svojstva, koja predstavlja prosječnu vrijednost ili zbroj prikupljenih podataka za sve biljke ili skupinu odabranih biljaka s te parcele (1 osnovna parcela = 1 opažanje).

Zbog mogućeg utjecaja tretiranja sa susjedne parcele na rubne biljke („rubni efekt"), često se umjesto cjelokupne osnovne parcele opažanje/podatak prikuplja samo s unutarnjeg dijela osnovne parcele, koji se naziva **obračunska parcela** (Slika 1.4).

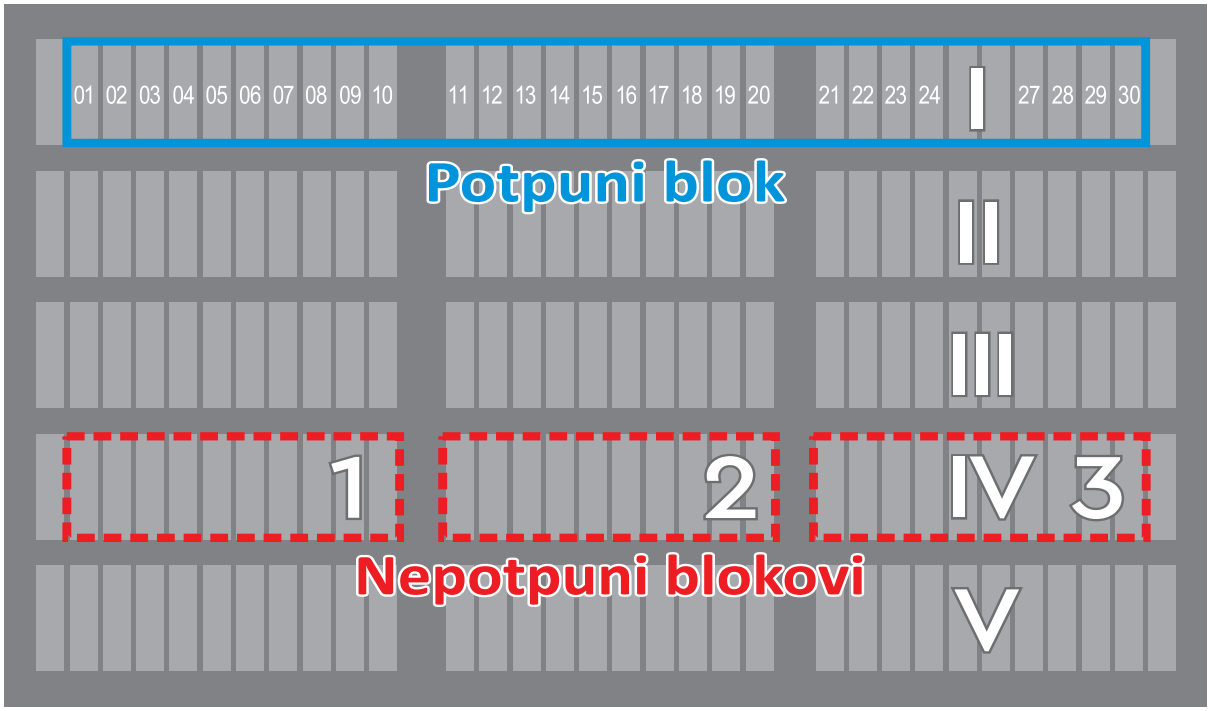


Slika 1.4 Osnovna i obračunska parcela.

Kao što je već ranije navedeno, niz faktora izvan kontrole istraživača može uzrokovati pristranost procjena učinaka tretiranja. U poljskim pokusima to mogu biti heterogenost tla, variranje mikroklimatskih prilika u različitim dijelovima pokusnog polja, dostupnost vode u tlu… Zbog djelovanja tih faktora svaka procjena učinka tretiranja opterećena je određenom **pogreškom**, a te se pogreške mogu smanjiti pridržavanjem načela eksperimentiranja opisanih u prethodnom potpoglavlju. Pogreška se može procijeniti na temelju usporedbe pokusnih jedinica na kojima je primijenjeno isto tretiranje (načelo ponavljanja), a primjenom načela slučajnog raspoređivanja izbjegava se preklapanje učinaka tretiranja i pogreške (*confounding*), zbog kojeg te učinke nije moguće razlučiti.

Jedan je od načina primjene načela lokalne kontrole podjela pokusa u skupine pokusnih jedinica, odnosno **blokove**. Oni mogu sadržavati sva tretiranja pa se nazivaju **potpunim blokovima** ili samo dio tretiranja te se nazivaju **nepotpunim blokovima**. Osim što sadrže sva tretiranja, za potpune blokove najčešće vrijedi i pravilo da se svako tretiranje u njima pojavljuje samo jednom, odnosno da je primijenjeno na samo jednoj pokusnoj jedinici unutar istog bloka. U tom se kontekstu za potpune blokove još koristi i naziv **ponavljanja** ili **repeticije** (u užem smislu, u odnosu na istoimeno načelo eksperimentiranja). Na Slici 1.5 prikazani su potpuni i nepotpuni blokovi u pokusu sa Slike 1.2. Punom crtom označen je prvi od pet potpunih blokova, a isprekidanom crtom podjela četvrtog potpunog bloka na tri nepotpuna bloka. Dogovorno se za označavanje potpunih blokova koriste rimski, a za označavanje nepotpunih blokova arapski brojevi (iako postoje i drugačija praktična rješenja). Potpuni blok (repeticija) sastoji se od 30 osnovnih

parcela jer u njemu moraju biti primijenjena sva tretiranja, a svaki se nepotpuni blok sastoji od 10 parcela pa se u njemu može primijeniti samo trećina svih tretiranja. Dizajnima u kojima se pojavljuju samo potpuni blokovi bit će posvećeno poglavlje **Dizajni s potpunim blokovima**, a dizajnima u kojima se pojavljuju i nepotpuni blokovi bit će posvećeno poglavlje **Dizajni s nepotpunim blokovima**. Dizajni u kojima se nepotpuni blokovi mogu kombinirati tako da tvore potpune blokove (poput ovog na Slici 1.5) nazivaju se rješivim dizajnima (*resolvable design*), a dizajni u kojima se pojavljuju isključivo nepotpuni blokovi nazivaju se nerješivim dizajnima (*non-resolvable design*).



Slika 1.5 Potpuni i nepotpuni blokovi.

Radi procjena učinaka tretiranja i pogreške provodi se statistička analiza podataka pokusa. U strukturi modela koji se koriste u statističkoj analizi mogu se razlikovati struktura tretiranja (*treatment structure*) i struktura dizajna (*design structure*). Struktura tretiranja obuhvaća sve učinke tretiranja; u jednofaktorskim pokusima to je samo jedan jedinstveni učinak, a u višefaktorskim pokusima može postati vrlo kompleksna – o tome će se raspravljati u poglavlju **Višefaktorski pokusi**. Struktura dizajna odnosi se na sve elemente dizajna, odnosno nji-

hove učinke (potpuni i nepotpuni blokovi), a o njoj će se raspravljati u poglavljima **Dizajni s potpunim blokovima** i **Dizajni s nepotpunim blokovima**. Iako su u načelu međusobno neovisne, postoji i poseban tip dizajna u kojem se struktura tretiranja i struktura dizajna isprepliću; njemu je posvećeno poglavlje **Dizajni s razdijeljenim parcelama**. Osnovnim statističkim metodama i načelima modeliranja posvećeno je iduće poglavlje **Osnovne statističke metode i modeli**.

2 Osnovne statističke metode i modeli

Statistički su modeli matematički modeli kojima se nastoji opisati i predvidjeti kretanje vrijednosti nekog svojstva kao funkcije jednog ili više faktora koji mogu utjecati na to svojstvo. Analizirano svojstvo predstavlja zavisnu varijablu, a faktori koji na njega utječu prediktore ili nezavisne varijable. Modeli u pravilu predstavljaju krajnje pojednostavljenje stvarnosti, jer od niza faktora koji mogu utjecati na neko svojstvo nastoje izdvojiti one čiji je utjecaj toliko jak da dovoljno dobro mogu predvidjeti kretanje vrijednosti analiziranog svojstva. To načelo najbolje opisuje aforizam Georgea Boxa (1979): „Svi modeli su pogrešni, ali neki su korisni" (*all models are wrong but some are useful*). Budući da je neku pojavu moguće objasniti nizom različitih modela, jedan je od ciljeva statističke analize otkriti koji se od njih može smatrati najpogodnijim. Osim najbolje učinkovitosti predviđanja, najpogodniji model mora zadovoljiti i kriterij jednostavnosti, slijedeći načelo poznato pod nazivom „Ockhamova oštrica". Prema tom načelu koje je postavio William od Ockhama, engleski skolastički filozof iz 14. stoljeća, od dva modela približno jednake učinkovitosti treba odabrati onaj koji je jednostavniji. Bez obzira na razinu složenosti dizajna predstavljenih u ovoj knjizi, statistička se analiza za svaki od njih provodi primjenom linearnih modela, od kojih je najjednostavniji model jednosmjerne analize varijance.

2.1 *Model jednosmjerne analize varijance*

Iako je analiza varijance metoda čija se primjena može temeljiti na nizu različitih statističkih modela, primarno je osmišljena kao metoda analize varijabilnosti neke kontinuirane varijable čiji se podaci mogu stratificirati u više različitih uzoraka. Svaki uzorak predstavlja skupinu jedinki (pokusnih jedinica) na koje je primijenjeno jedno od tretiranja, pri čemu se tretiranja mogu prikazati kao različite vrijednosti neke kategorijske varijable. Prema tome se analiza varijance u tom primarnom obliku, koji se naziva jednosmjerna (*one-way*) analiza varijance, može definirati i kao metoda kojom se vrijednosti jedne (kontinuirane) varijable pokušavaju predvidjeti na temelju vrijednosti druge (kategorijske) varijable. Osnovni je cilj istraživanja utvrditi postoje li razlike između tretiranja, odnosno postoje li između uzoraka razlike u vrijednostima analiziranog svojstva (kontinuirane varijable)? Statistički modeli pretpostavljaju da svaki uzorak predstavlja neku zamišljenu populaciju, pa se navedeno istraživačko pitanje može pretvoriti u

statističko pitanje: predstavljaju li uzorci zaista različite populacije, ili su svi izvučeni iz iste populacije?

Postavljeno statističko pitanje temelji se na dvije suprotstavljene hipoteze:

1. svi uzorci predstavljaju istu populaciju, pa se međusobno ne bi trebali razlikovati – H_0 (nulta hipoteza),
2. barem jedan od uzoraka predstavlja neku drugu populaciju, pa se prema tome uzorci razlikuju – H_A (alternativna hipoteza).

Svaka od hipoteza temelji se na različitom linearnom statističkom modelu, pa je odgovor na statističko pitanje odabir modela koji bolje objašnjava varijabilnost zavisne (kontinuirane) varijable. Vrijednosti zavisne varijable (podatci) prikupljene su u pokusu u kojem je svako od *t* tretiranja primijenjeno na uzorku koji se sastojao od *r* pokusnih jedinica (radi jednostavnosti, u načelu veličine uzoraka ne moraju biti jednake – $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \ldots$). U modelu koji pretpostavlja da uzorci predstavljaju različite populacije koje su normalno distribuirane s različitim prosjecima (μ_1, μ_2, $\mu_3 \ldots$), svako se opažanje može izraziti kao zbroj prosjeka populacije kojoj pripada i eksperimentalne pogreške ili reziduala (odstupanja opažanja od prosjeka populacije kojoj pripada):

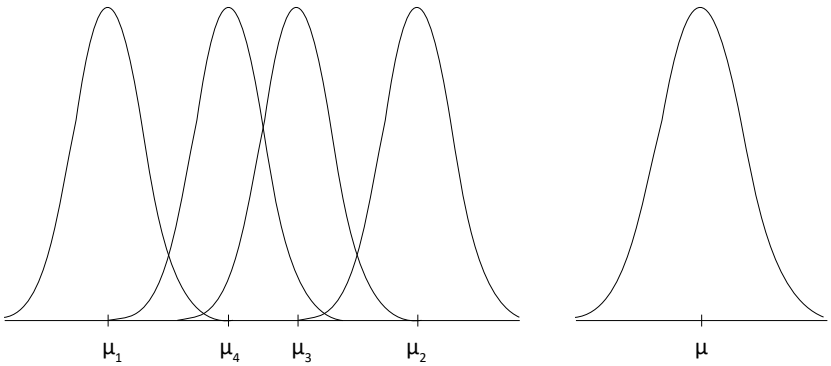
$$y_{ij} = \mu_i + \varepsilon_{ij} \qquad (2.1)$$

gdje je y_{ij} *j*-to opažanje u *i*-tom uzorku, μ_i prosjek *i*-te populacije, a ε_{ij} rezidual tog opažanja. Također se pretpostavlja da je varijanca reziduala σ^2 ista za sve populacije tretiranja (pretpostavka o homogenosti varijanci). Model (2.1) predstavlja puni model (*full model*) jednosmjerne analize varijance, a reducirani model temelji se na pretpostavci da su svi uzorci izvučeni iz iste populacije s prosječnom vrijednošću μ i varijancom σ^2. Prema reduciranom modelu (*reduced model*), svako se opažanje može izraziti kao zbroj prosjeka populacije i pogreške ili reziduala:

$$y_{ij} = \mu + \varepsilon_{ij} \qquad (2.2)$$

Slika 2.1 ilustrira puni i reducirani model jednosmjerne analize varijance za zamišljeni pokus s četiri tretiranja. U oba se modela pojavljuju parametri čije su vrijednosti nepoznate (prosjeci

populacija, odnosno prosjek populacije), pa ih je potrebno procijeniti. Za procjenu parametara linearnog modela najčešće se koristi metoda najmanjih kvadrata, odnosno metoda koja rezultira procjenama prosjeka populacija u odnosu na koje je suma kvadrata odstupanja najmanja.



Slika 2.1 Puni i reducirani model jednosmjerne analize varijance.

Primjer 2.1

Radi objašnjenja modela jednosmjerne analize varijance kreiran je jednostavan primjer s tri uzorka prikazan u Tablici 2.1. Primjer je apstraktan, jer mu je primarna svrha objašnjenje modela, pa je izostavljen bilo kakav opis varijabli. Radi pojednostavljenja prikaza svi su podatci zaokruženi na cijele brojeve. U svakom su od uzoraka pokusne jedinice tretirane jednim od tretiranja: A, B ili C.

Tablica 2.1 Primjer ABC.

	A	B	C	Ukupno
	18	17	10	
	12	19	6	
	16	15	7	
	13	18	11	
	14	16	12	
	17	21	8	
	15	20	9	
$\bar{y}$	15	18	9	14

U punom modelu (2.1) reziduali predstavljaju odstupanja opažanja od prosjeka populacije tretiranja:

$$\varepsilon_{ij} = y_{ij} - \mu_i$$

Ta odstupanja nije moguće izračunati nego samo procijeniti, na taj način da se umjesto nepoznate vrijednosti m_i koristi njena procjena:

$$\hat{\varepsilon}_{ij} = y_{ij} - \hat{\mu}_i$$

Suma kvadrata odstupanja od prosjeka za puni model prema tome je jednaka:

$$SS_{FM} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\hat{\varepsilon}_{ij}^2 = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(y_{ij} - \hat{\mu}_i\right)^2 \qquad (2.3)$$

Primjenom diferencijalnog računa i rješavanjem niza normalnih jednadžbi otkriva se da je procjenitelj koji minimalizira sumu kvadrata SS_{FM} aritmetička sredina uzorka:

$$\hat{\mu}_i = \frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r} y_{ij} = \bar{y}_{i.}$$

U pravilu se u oznakama aritmetičkih sredina indeksi koji označavaju podatke koji su zbrojeni zamjenjuju točkama (zbog toga je u oznaci aritmetičke sredine uzorka indeks *j* zamijenjen točkom). Suma kvadrata odstupanja za puni se model prema tome može procijeniti na uvrštavanjem ovog procjenitelja u prethodni izraz:

$$SS_{FM} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}\left(y_{ij} - \bar{y}_{i.}\right)^2 \qquad (2.4)$$

U Primjeru 2.1 procjenitelji sredina populacija su aritmetičke sredine uzoraka A, B i C:

$$\bar{y}_A = 15;\ \bar{y}_B = 18;\ \bar{y}_C = 9$$

Odstupanja od punog modela u Primjeru 2.1 prikazana su u Slici 2.2. Suma kvadrata odstupanja jednaka je:

$$SS_{FM} = 3^2 + (-3)^2 + \cdots + 0^2 = 84$$

Tablica 2.2 Odstupanja u punom modelu za Primjer 2.1.

Podatci (y_{ij})			Procjene prosjeka populacija tretiranja ($\bar{y}_{i.}$)			Odstupanja podataka od procjena (ε_{ij})		
A	B	C	A	B	C	A	B	C
18	17	10	15	18	9	3	-1	1
12	19	6				-3	1	-3
16	15	7				1	-3	-2
13	18	11	...	...	...	-2	0	2
14	16	12				-1	-2	3
17	21	8				2	3	-1
15	20	9	15	18	9	0	2	0

Procjenitelj prosjeka populacija u reduciranom modelu dobiven metodom najmanjih kvadrata aritmetička je sredina svih podataka:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{t \cdot r} \sum_{i=1}^{t} \sum_{j=1}^{r} y_{ij} = \bar{y}_{..}$$

a procjena sume kvadrata odstupanja jednaka je:

$$SS_{RM} = \sum_{i=1}^{t} \sum_{j=1}^{r} \left(y_{ij} - \bar{y}_{..}\right)^2 \qquad (2.5)$$

U Primjeru 2.1 procjenitelj sredine populacije ukupna je aritmetička sredina:

$$\bar{y}_{..} = 14$$

Suma kvadrata odstupanja u reduciranom modelu (Tablica 2.3) jednaka je:

$$SS_{RM} = 4^2 + (-2)^2 + \cdots + (-5)^2 = 378$$

Tablica 2.3 Odstupanja u reduciranom modelu za Primjer 2.1.

Podatci (y_{ij})				Procjena prosjeka populacije ($\bar{y}_{..}$)				Odstupanja podataka od procjena (ε_{ij})		
A	B	C		A	B	C		A	B	C
18	17	10	=	14	...	14	+	4	3	-4
12	19	6						-2	5	-8
16	15	7						2	1	-7
13	18	11		...	...	...		-1	4	-3
14	16	12						0	2	-2
17	21	8						3	7	-6
15	20	9		14	...	14		1	6	-5

Suma kvadrata odstupanja u reduciranom modelu znatno je veća od sume kvadrata u odstupanja u punom modelu, što ukazuje na to da su odstupanja (pogreške procjena) u reduciranom modelu općenito veće. Razlika između suma kvadrata odstupanja dvaju modela jednaka je:

$$SS_{RM} - SS_{FM} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 - \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{i.})^2 = \tag{2.6}$$

$$= \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 = r\sum_{i=1}^{t}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2$$

Ta razlika predstavlja iznos smanjenja sume kvadrata odstupanja uslijed uvrštavanja učinka tretiranja u model, zbog čega se naziva **sumom kvadrata tretiranja** (SS_{TRET}). U Primjeru 2.1 ona iznosi:

$$SS_{TRET} = 7[(15 - 14)^2 + (18 - 14)^2 + (9 - 14)^2] = 294$$

Ukupna se varijabilnost u pokusu procjenjuje sumom kvadrata reduciranog modela, zbog čega se ta suma kvadrata naziva **ukupnom sumom kvadrata** (SS_{UKUPNO}). Suma kvadrata odstupanja punog modela naziva se **sumom kvadrata pogrešaka** ili **reziduala** (SS_{ERR}). Prema izrazu (2.6) ukupna suma kvadrata može se rastaviti na dvije komponente – sumu kvadrata tretiranja i sumu kvadrata reziduala:

$$SS_{UKUPNO} = SS_{TRET} + SS_{ERR} \qquad (2.7)$$

Taj se izraz temelji na rastavljanju odstupanja opažanja od ukupnog prosjeka na odstupanja opažanja od prosjeka svog uzorka i odstupanja prosjeka uzoraka od ukupnog prosjeka:

$$\left(y_{ij} - \bar{y}_{..}\right) = \left(y_{ij} - \bar{y}_{i.}\right) + \left(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}\right) \qquad (2.8)$$

Kvadriranjem i sumiranjem jednakosti (2.8) također se mogu rekonstruirati izrazi za sve tri sume kvadrata koje se pojavljuju u jednakosti (2.6). Razlike između prosjeka uzoraka i ukupnog prosjeka predstavljaju učinke tretiranja t_i:

$$\tau_i = \mu_i - \mu \qquad (2.9)$$

pa se puni model jednosmjerne analize varijance (2.1) može preoblikovati u izraz:

$$y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij} \qquad (2.10)$$

Učinci tretiranja mogu se procijeniti tako da se parametri u izrazu (2.9) zamijene njihovim procjenama:

$$\hat{\tau}_i = \bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..}$$

U Primjeru 2.1 procjene su učinaka tretiranja jednake:

$$\hat{\tau}_A = 15 - 14 = 1$$
$$\hat{\tau}_B = 18 - 14 = 4$$
$$\hat{\tau}_C = 9 - 14 = -5$$

Odabir pogodnijeg od dva suprotstavljena modela temelji se na odnosu između SS_{ERR} (mjerila podudaranja između podataka i procjena punog modela) i SS_{TRET} (iznosa poboljšanja, odnosno smanjenja pogreške u odnosu na reducirani model). Ako je nulta hipoteza točna, tj. ako su svi uzorci izvučeni iz iste populacije, onda varijabilnost tretiranja ne bi trebala biti značajno veća od varijabilnosti reziduala. Ta se pretpostavka može provjeriti uz pomoć F-testa, kojim se testira omjer dviju varijanci. Zbog toga je prethodno potrebno izračunati varijance tretiranja i reziduala. Općenito se varijanca može procijeniti iz omjera sume kvadrata i broja stupnjeva slobode (*degrees of freedom – df*):

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SS}{df} \qquad (2.11)$$

Varijanca reziduala procjenjuje se iz omjera sume kvadrata reziduala (SS_{ERR}, odnosno SS_{FM}) i pripadajućeg broja stupnjeva slobode, koji je jednak ukupnom broju opažanja ($t \cdot r$) umanjenom za broj parametara koji su procijenjeni pri izračunavanju sume kvadrata. U punom modelu je pri izračunavanju sume kvadrata odstupanja procijenjeno t parametara (prosjeci populacija tretiranja), pa je pripadajući broj stupnjeva slobode za sumu kvadrata reziduala jednak:

$$df_{ERR} = df_{FM} = tr - t = t(r-1)$$

pa se varijanca reziduala procjenjuje prema izrazu:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{SS_{ERR}}{t(r-1)}$$

Očekivana teoretska vrijednost omjera sume kvadrata tretiranja i pripadajućeg broja stupnjeva slobode sastoji se od dvije komponente varijance, pa se zbog toga ne naziva varijanca, nego prosječni kvadrat (*mean square – MS*). Broj stupnjeva slobode tretiranja jednak je razlici između brojeva stupnjeva slobode reduciranog (samo jedna procjena – prosjeka jedinstvene populacije!) i punog modela:

$$df_{TRET} = df_{RM} - df_{FM} = tr - 1 - (tr - t) = t - 1$$

Prosječni je kvadrat tretiranja prema tome jednak:

$$MS_{TRET} = \frac{SS_{TRET}}{t-1}$$

Analogno tome, i procjena varijance reziduala označava se kao prosječni kvadrat reziduala:

$$\hat{\sigma}^2 = MS_{ERR}$$

Tablica 2.4 predstavlja sažeti prikaz svih objašnjenih elemenata analize varijance. Ako je nulta hipoteza točna, omjer MS_{TRET}/MS_{ERR} slijedi *F* distribuciju s ($t-1$) i $t(r-1)$ stupnjeva slobode.

Tablica 2.4 Shema jednosmjerne analize varijance.

Izvori varijabilnosti	*df*	*SS*	*MS*	*F*
Ukupno	$tr-1$	$SS_{UKUPNO} = SS_{RM}$		
Tretiranja	$t-1$	$SS_{TRET} = SS_{RM} - SS_{FM}$	$\frac{SS_{TRET}}{t-1}$	$\frac{MS_{TRET}}{MS_{ERR}}$
Pogreške (reziduali)	$t(r-1)$	$SS_{ERR} = SS_{FM}$	$\frac{SS_{ERR}}{t(r-1)}$	

U Primjeru 2.1 ukupni broj stupnjeva slobode jednak je:

$$df_{UKUPNO} = 3 \cdot 7 - 1 = 20$$

a brojevi stupnjeva slobode tretiranja i reziduala jednaki su:

$$df_{TRET} = 3 - 1 = 2$$
$$df_{ERR} = 3(7-1) = 18$$

Prosječni kvadrati tretiranja i reziduala jednaki su:

$$MS_{TRET} = \frac{294}{147} = 31{,}5$$
$$MS_{ERR} = \frac{84}{18} = 4{,}67$$

Sada se može popuniti tablica analize varijance (Tablica 2.5).

Tablica 2.5 Analiza varijance za primjer ABC.

Izvori varijabilnosti	*df*	*SS*	*MS*	*F*	F_{tab} p = 5%	p = 1%
Ukupno	20	378				
Tretiranja	2	294	147	31,50	3,55	6,01
Pogreške (reziduali)	18	84	4,67			

Na temelju usporedbe F-omjera s graničnim vrijednostima (F_{tab} – očitanim iz *F* tablica za 2 i 18 stupnjeva slobode) vidi se da je vjerojatnost dobivanja barem toliko velike F-vrijednosti manja od 1%. Na temelju toga može se zaključiti da je F-test statistički značajan, odnosno da prosjeci tretiranja A, B i C nisu svi međusobno jednaki. Umjesto korištenja graničnih vrijednosti, test se može provesti tako da se izravno izračuna vjerojatnost dobivanja barem toliko velike eksperimentalne vrijednosti, a ta vjerojatnost, u ovom slučaju, iznosi $p = 1{,}322 \times 10^{-6}$. Ta je vjerojatnost standardni dio ispisa rezultata svih računalnih (statističkih) programa, pa će se u svim preostalim primjerima testovi provoditi na taj način.

2.2 Opći linearni model

Model (2.10) opisan u prethodnom potpoglavlju jedan je od osnovnih linearnih statističkih modela. To je specifičan tip modela koji se po nekim karakteristikama razlikuje od sličnih jednostavnih linearnih modela kao što je model linearne regresije. Regresija je statistička metoda kojom se vrijednosti jedne kontinuirane varijable nastoje predvidjeti na temelju opažanja vrijednosti druge kontinuirane varijable. Dakle, osnovna razlika u odnosu na prethodno opisani model jednosmjerne analize varijance je u tome što nezavisna varijabla nije kategorijska, nego kontinuirana kao i zavisna varijabla. Najjednostavniji model linearne regresije ima oblik:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_i + \varepsilon_i \qquad (2.12)$$

Oznake za zavisnu i nezavisnu varijablu su *y* i *x*, regresijski koeficijenti β_0 i β_1 su parametri čije su vrijednosti nepoznate, a ε je odstupanje opažanja od procjene (pogreška ili rezidual). Parametar β_0 predstavlja vrijednost zavisne varijable kada je vrijednost nezavisne varijable jednaka nuli, a parametar β_1 iznos promjene zavisne varijable uz jediničnu promjenu nezavisne varijable. Regresijska jednadžba (2.12) ujedno je i jednadžba pravca, a dva parametra definiraju položaj pravca u ravnini: β_0 definira sjecište (*intercept*) pravca s ordinatom, a β_1 definira nagib (*slope*) pravca (jer je jednak tangensu kuta koji pravac zatvara s apscisom). Procjene vrijednosti parametara mogu se dobiti metodom najmanjih kvadrata, odnosno pronalaženjem vrijednosti koje minimaliziraju sumu kvadrata reziduala ε.
Prema izrazu (2.12) procjene vrijednosti zavisne varijable prema regresijskom modelu jednake su:

$$\hat{y} = \beta_0 + \beta_1 x$$

Analogno izrazu (2.8), prema regresijskom modelu odstupanja opažanja od prosjeka zavisne varijable mogu se rastaviti na odstupanja opažanja od procjena i odstupanja procjena od prosjeka. Prema tome se i ukupna varijabilnost zavisne varijable, tj. njena suma kvadrata može raščlaniti na sumu kvadrata regresije (odstupanja procjena od prosjeka) i sumu kvadrata pogreške (odstupanje opažanja od procjena). Na temelju takve raščlambe može se provesti analiza varijance. U ovom slučaju reducirani model nastaje ispuštanjem parametra β_1 iz punog modela, pa se F-testom provjerava nulta hipoteza da je β_1 jednak nuli.
Modeli linearne regresije i jednosmjerne analize varijance dva su vrlo slična modela koji definiraju jednu zavisnu varijablu kao linearnu funkciju jedne nezavisne varijable, koja može biti kontinuirana ili kategorijska (što predstavlja suštinsku razliku između ova dva modela). Kompleksniji modeli mogu uključivati više nezavisnih varijabli, koje mogu biti isključivo kontinuirane (višestruka regresija), isključivo kategorijske (dvosmjerna analiza varijance) ili kombinacija kontinuiranih i kategorijskih (analiza kovarijance). Zajednički okvir koji obuhvaća sve ove modele naziva se opći linearni model, a većina modela koji će se ovdje koristiti predstavljat će neki specifičan oblik općeg linearnog modela. Nelinearni modeli predstavljaju zasebno područje koje se nalazi izvan obuhvata ove knjige.
U svim do sada navedenim modelima korišten je „simbolički" način zapisa, umjesto kojeg se može koristiti znatno praktičniji „opisni" način zapisa modela. U tom se zapisu umjesto sim-

bola (grčkih ili latiničnih slova) koriste puni ili skraćeni nazivi varijabli, odnosno njihova početna slova. Takav je način zapisa vrlo praktičan zbog kompatibilnosti sa sintaksom računalnih programa, u kojima se modeli definiraju na vrlo sličan, ako ne i potpuno identičan način. Vrlo detaljna definicija načela „opisnog" načina zapisa modela može se pronaći u radu Piepha i sur. (2003), a na tim će se načelima od sada temeljiti i svi zapisi modela koji će se pojavljivati u ovoj knjizi. Osnovna je razlika između ova dva načina zapisa modela u tome što se u „opisnom" načinu iz modela mogu izostaviti dva učinka: ukupni prosjek (parametar μ u modelu jednosmjerne analize varijance, odnosno analogni parametar β_0 u regresijskom modelu) i reziduali (ε). Naime, računalni programi pretpostavljaju; da su ta dva učinka inherentna svakom modelu, pa ih zbog toga nije potrebno posebno navoditi (a μ ili β_0 se, ukoliko je potrebno, mogu izostaviti iz modela). Na taj se način i model jednosmjerne analize varijance (2.10) i model jednosmjerne analize varijance (2.12) mogu zapisati istovjetno, kao izraz:

$$Y = TRET \qquad (2.13)$$

u kojem *TRET* predstavlja nezavisnu varijablu, bila ona kategorijska ili kontinuirana. Tu razliku računalni programi mogu prepoznati automatski, ili se može posebno specificirati. U svakom slučaju, kada je nezavisna varijabla kontinuirana, odnosno, kada se radi o modelu linearne regresije, ni β_0 se ne mora posebno zadavati u modelu. Zbog posebnih se razloga iz modela može izbaciti ili izrijekom zadati ukupni prosjek, ali samo u iznimnim slučajevima. Taj najjednostavniji opći linearni model (2.13), uz to što objedinjuje modele linearne regresije i jednosmjerne analize varijance, također predstavlja i statistički model koji se primjenjuje u analizi najjednostavnijeg oblika dizajna pokusa, o kojem će se govoriti u potpoglavlju 2.5.

2.3 Provjera pretpostavki

Provođenje statističke analize primjenom linearnih modela implicira i niz pretpostavki koje se odnose na reziduale, a o ispunjenju kojih ovisi i valjanost analize. Dakle, pri provođenju statističke analize prema nekom linearnom modelu za reziduale ili pogreške procjena pretpostavljamo:

1. da su međusobno neovisni,
2. da su normalno distribuirani,
3. da su im varijance homogene.

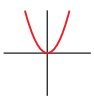
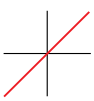
Nakon što se analizom iz podataka izdvoje učinci tretiranja, u rezidualima ne smiju biti uočljivi trendovi, odnosno pogreške ne smiju biti međusobno korelirane. Također, distribucija reziduala ne smije značajno odstupati od normalne distribucije. Treća pretpostavka odnosi se na varijance grupa (tretiranja) koje se ne smiju značajno razlikovati. Narušavanje bilo koje od ove tri pretpostavke može dovesti do krivih zaključaka, zbog pomicanja stvarnih granica pouzdanosti u odnosu na zadane pri izvođenju F i t-testova. S druge strane, s obzirom da je F-test vrlo robustan, pogrešni će se zaključci izvesti samo kod vrlo značajnog narušavanja pretpostavki, dok se minimalna odstupanja mogu zanemariti. U nastavku ovog potpoglavlja bit će prikazano nekoliko primjera narušavanja pretpostavki, a detaljniju raspravu s iscrpnim referencama daje Kuehl (2000). Pored neispunjenih pretpostavki, na pouzdanost zaključaka analize mogu utjecati i atipični podatci (*outliers*), koji zbog velikog odstupanja u odnosu na ostale podatke mogu imati dominantan učinak na vrijednost procjena.
Osnovni su dijagnostički alat za provjeru valjanosti pretpostavki grafikoni reziduala. Koristi se više tipova dijagnostičkih grafikona, od kojih su tri najuobičajenija. Oni prikazuju:

1. odnos reziduala i procjena,
2. distribuciju reziduala,
3. disperziju reziduala.

Prvi grafikon ima univerzalnu namjenu jer se na temelju prikaza odnosa reziduala i procjena može provjeriti ispravnost sve tri pretpostavke. Q-Q dijagram (*normal probability plot* ili *Q-Q plot*) prikazuje odnos između kvantila distribucije reziduala i njihovih očekivanih vrijednosti prema standardiziranoj normalnoj distribuciji, te je namijenjen za provjeru druge pretpostavke (o normalnoj distribuciji reziduala). Tu je važno napomenuti da se pretpostavka o normalnosti provjerava isključivo na temelju reziduala, a ne izvornih podataka (Kozak i Piepho, 2017). Dijagram raspršenja reziduala (*spread-location plot*) prikazuje odnos između pozitivne vrijednosti korijena reziduala i procjena, a njegova je namjena provjera treće pretpostavke o homogenosti varijanci. Pored dijagnostičkih grafikona, ispravnost pretpostavki može se provjeravati i nizom statističkih testova. Međutim, kako ti testovi i sami ovise o (istim) pretpostavkama, glavni dijagnostički alati i dalje ostaju navedeni grafikoni (Kozak i Piepho, 2017), čija će primjena biti prikazana na nekoliko primjera.
Rješenje uz pomoć kojeg se ipak ponekad može provesti valjana analiza, čak i u slučaju narušavanja pretpostavki, transformacije su izvornih podataka, a zatim analiza transformiranih podataka. Zaključci se također izvode na temelju transformiranih podataka, odnosno na temelju

transformirane skale jedinica u kojima su izražene vrijednosti varijable, samo se pri prikazu rezultata procjene mogu preračunati nazad na izvornu skalu. Transformacijama se mogu „stabilizirati" varijance, a u situacijama kada su poznate distribucije izvornih podataka koriste se neke „standardne" transformacije (npr. drugi korijen za Poissonovu distribuciju ili arkus sinus za binomnu distribuciju). Općenito se transformacije mogu svesti na potencije, koje se mogu dodatno korigirati zbrajanjem ili oduzimanjem. Odgovarajuća se transformacija, odnosno eksponent potencije (λ) može pronaći na temelju metode čiji su autori George Box i Sir David R. Cox, a poznata je pod nazivom Box-Coxova transformacija. Općenita se pravila pri odabiru odgovarajuće transformacije vezuju uz „ljestve eksponenata" (*ladder of powers*) koje je osmislio John W. Tukey (Tablica 2.6). Asimetričnost distribucije, ovisno o njenoj jačini, ispravlja se udaljavanjem od središta ljestvi. Uspinjanjem ljestvama ispravlja se negativna, a spuštanjem ljestvama pozitivna asimetričnost. Na mjesto 0 na ljestvama Tukey je smjestio dekadski logaritam, jer učinak koja ta transformacija ima pripada na to mjesto.

Tablica 2.6 Tukeyjeve „ljestve eksponenata".

λ	y^{λ}	
2	y^2	
1	y^1	
$\frac{1}{2}$	$\sqrt{y}$	
0	$\log y$	
$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{y}}$	
-1	$\frac{1}{y}$	
-2	$\frac{1}{y^2}$	

Ono što je na kraju važno naglasiti je da transformacije nisu idealno rješenje, jer nakon njihove primjene donošenje zaključaka postaje znatno zahtjevnije. Zbog toga je, kada je to moguće, znatno pogodnija opcija primjena kompleksnijih modela kao što su različiti nelinearni modeli, a to je područje statistike koje nije obuhvaćeno ovom knjigom. Vrlo se dobar uvod u to područje može pronaći u knjizi Kapša i Lambersona (2017).

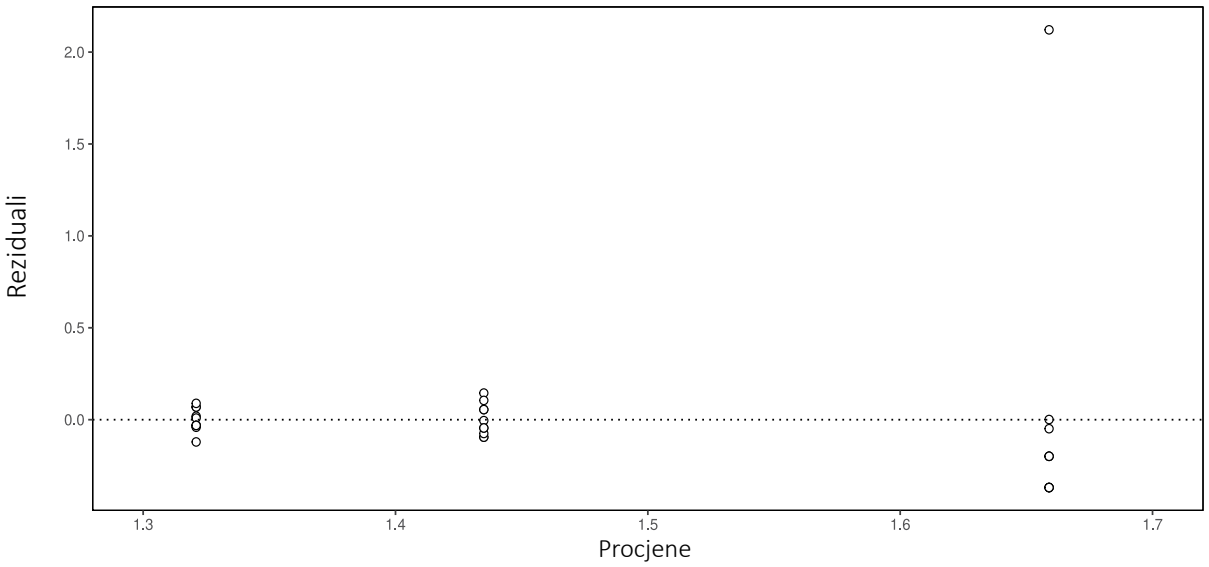
Primjer 2.2

U istraživanju sadržaja hranjivih tvari u sjemenkama graha analizirano je 226 primki hrvatskih tradicijskih kultivara graha (Palčić i sur. 2018). Za ovaj su primjer izdvojeni podatci za tri tradicijska kultivara (‚Puter', ‚Trešnjevac' i ‚Zelenčec'), od kojih je svaki bio zastupljen s deset primki. Podatci za sadržaj kalija u sjemenkama (% suhe tvari) i statistička analiza podataka detaljnije su opisani u popratnom priručniku (Gunjača, 2018).

Na temelju ishoda F-testa u analizi varijance (Tablica 2.7) mogao bi se izvesti zaključak da se tri tradicijska kultivara graha međusobno ne razlikuju u sadržaju kalija. Međutim, na dijagnostičkom grafikonu koji prikazuje odnos procjena i reziduala (Slika 2.2) može se uočiti jedan atipičan podatak. U gornjem desnom kutu grafikona smještena je primka tradicijskog kultivara ‘Puter’ s dvostruko većim sadržajem kalija u odnosu na sve ostale primke. Procjena na temelju modela podcjenjuje vrijednost ovog opažanja za više od 2%, pa je čak i vrijednost tog reziduala veća od svih ostalih podataka – najvjerojatnije se radi o pogrešci. Kada bi i bio točan, taj bi se podatak zbog izrazito jakog utjecaja na procjene parametara modela morao izostaviti iz analize.

Tablica 2.7 Analiza varijance za sadržaj kalija u sjemenkama graha (izvorni podatci).

Izvori varijabilnosti	*df*	*SS*	*MS*	*F*	*p > F*
Ukupno	29	5,859			
Tradicijski kultivari	2	0,591	0,296	1,516	0,238
Reziduali	27	5,267	0,195		



Slika 2.2 Odnos procjena i reziduala u analizi sadržaja kalija u sjemenkama graha.

Nakon izostavljanja atipičnog podatka ponovno se provodi analiza varijance (Tablica 2.8). Osim što je ukupna varijabilnost sada znatno manja, statistički značajan F-test (na razini pogreške p = 5%) ukazuje na postojanje razlika između tradicijskih kultivara. Prema tome, atipični podatci mogu utjecati i na ishod testova, odnosno prikriti razlike između učinaka tretiranja.

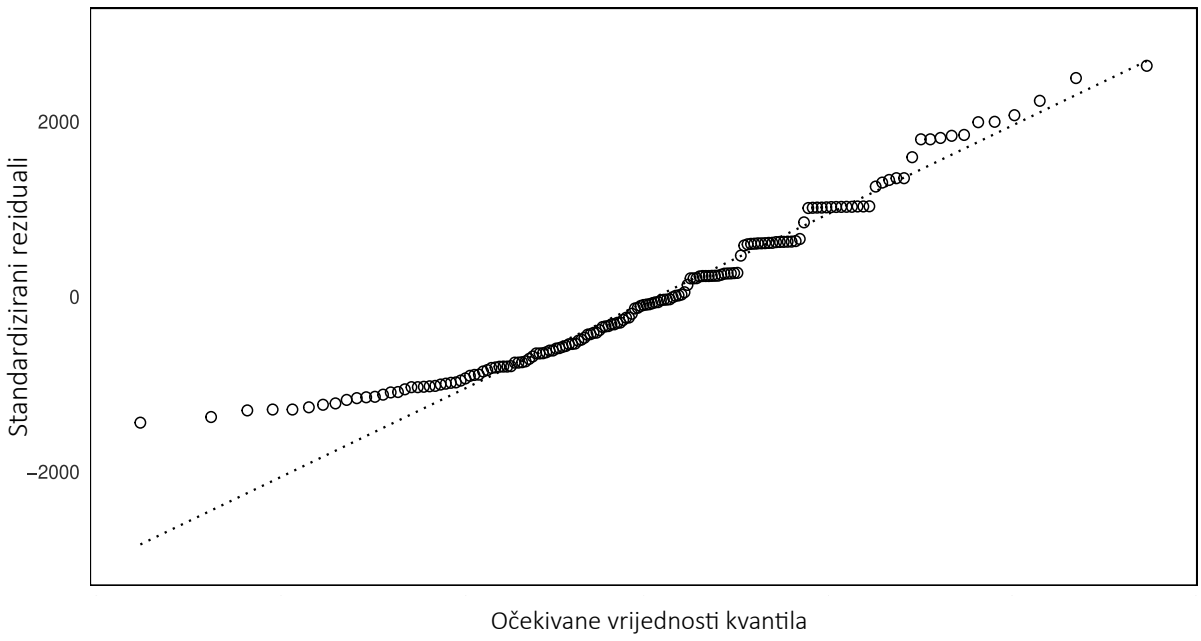
Tablica 2.8 Analiza varijance za sadržaj kalija u sjemenkama graha (bez atipičnog podatka).

Izvori varijabilnosti	*df*	*SS*	*MS*	*F*	*p > F*
Ukupno	28	0,347			
Tradicijski kultivari	2	0,078	0,039	3,758	0,037
Reziduali	26	0,269	0,010		

Primjer 2.3

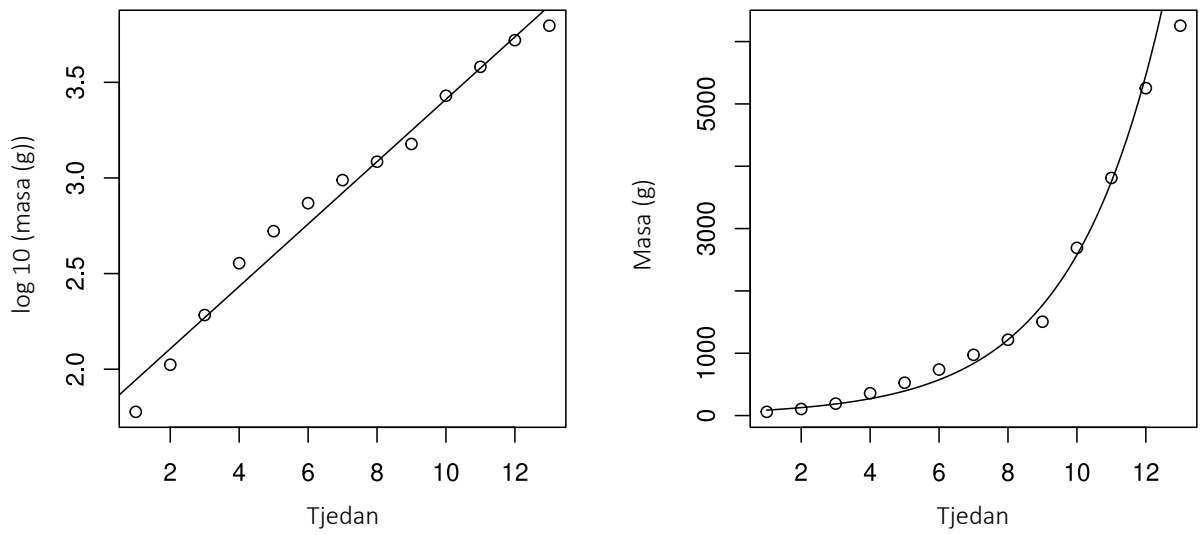
Ovaj primjer potječe iz istraživanja brzine rasta tjelesne mase purana (Janječić i sur. 2009). Regresijska analiza porasta mase mužjaka crne rase u prvih nekoliko tjedana života detaljno je opi-

sana u popratnom priručniku (Gunjača, 2018), a ovdje je prikazan samo Q-Q dijagram (Slika 2.3). Na dijagramu je uočljivo odstupanje od očekivanih vrijednosti prema normalnoj distribuciji, što ukazuje na to da nije ispunjena pretpostavka o normalnoj distribuciji reziduala.



Slika 2.3 Q-Q dijagram regresijske analize rasta tjelesne mase purana.

Kako je objašnjeno u priručniku, uz pomoć Box-Coxove metode otkriva se da je najpogodnija transformacija u ovom primjeru logaritmiranje izvornih podataka. Nakon analize logaritmiranih podataka distribucija reziduala više ne odstupa značajno od normalne distribucije (što potvrđuje provedeni test). Izvorni cilj analize bio je procijeniti tjedni prirast mase purana, ali se nakon analize transformiranih podataka taj prirast više ne može izraziti kao apsolutna vrijednost, nego samo kao postotni prirast u odnosu na prethodni tjedan (16,3%). Kako je očito da je trend tjednog rasta purana eksponencijalan, a ne linearan, u ovom bi primjeru izravno rješenje, umjesto transformacije podataka, bila primjena metode nelinearne regresije. Na Slici 2.4 usporedno su prikazani odnosi procjena i opažanja za dva modela: linearne regresije primijenjene na transformiranim podatcima i eksponencijalne regresije primijenjene na izvornim podatcima.

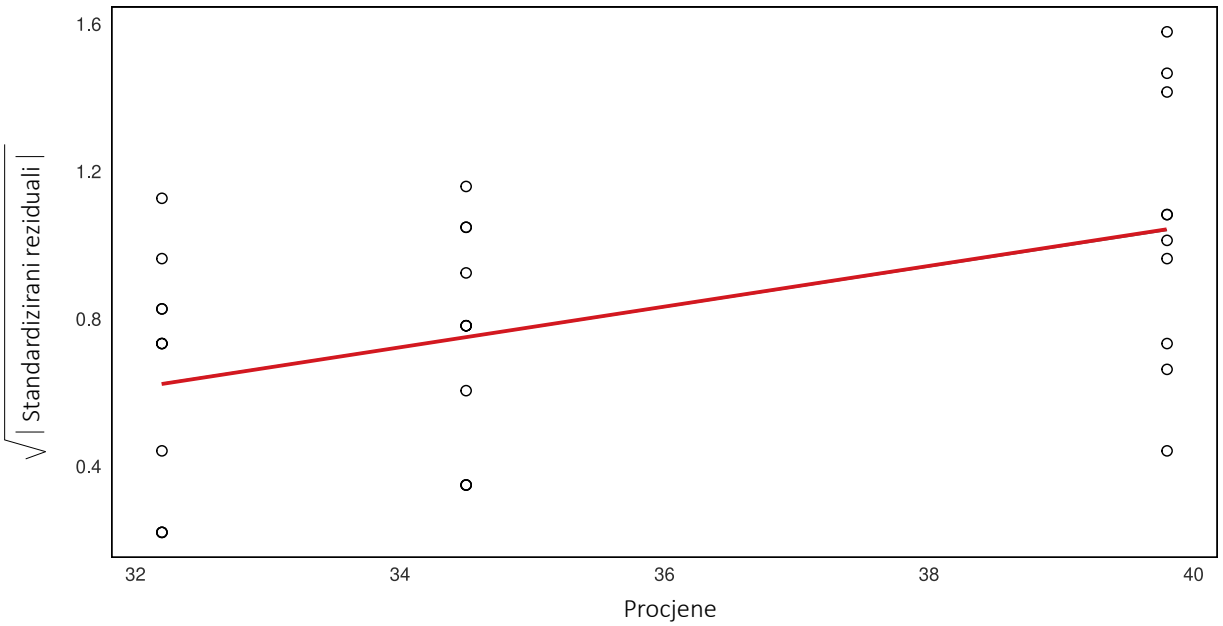


Slika 2.4 Odnos prosječne tjedne mase purana i procijenjenog trenda rasta u linearnoj regresiji transformiranih podataka (lijevo) i eksponencijalnoj regresiji izvornih podataka (desno).

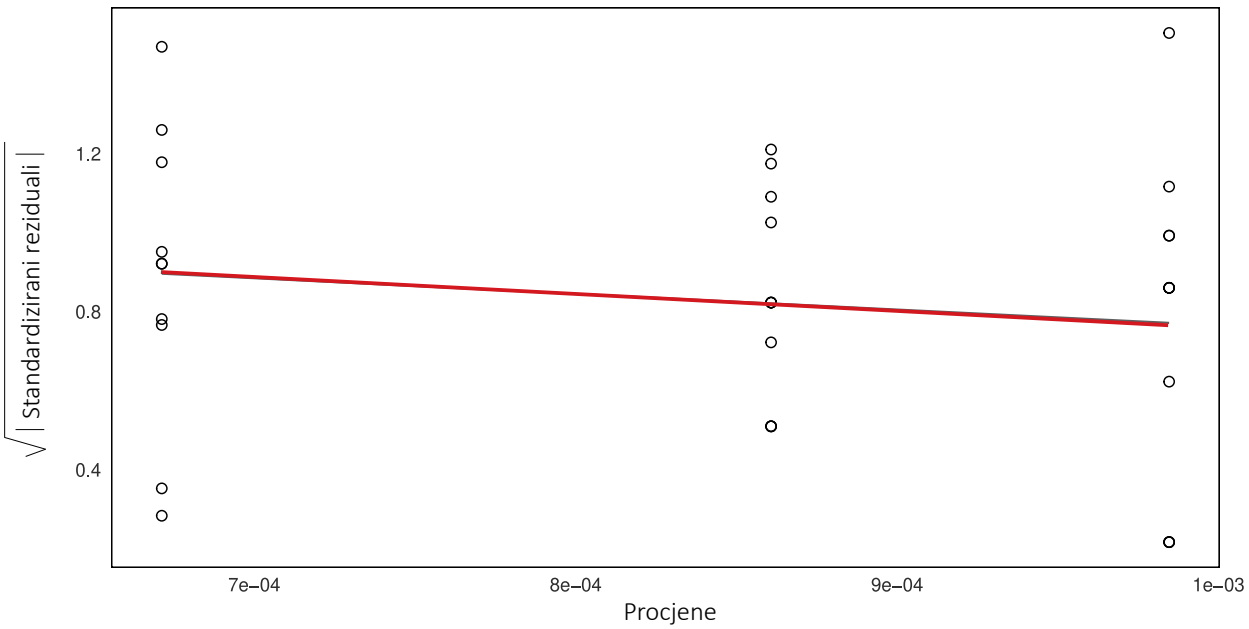
Primjer 2.4

U istraživanju gospodarskih svojstava pelargonija primijenjene su tri različite gnojidbe (Židovec i sur. 2004). U primjeru u priručniku (Gunjača, 2018) analiziran je utjecaj gnojidbe na visinu biljaka. Ovdje je prikazan dijagram raspršenja reziduala (Slika 2.5). Jasno je uočljiva korelacija varijanci reziduala s procjenama učinaka gnojidbi, jer gnojidba koja rezultira najvećom procjenom visine biljke ima i najveću varijancu. Prema tome, u ovom slučaju nije ispunjena treća pretpostavka o homogenosti varijanci.

Kako je objašnjeno u priručniku, uz pomoć Box-Coxove metode otkriva se da je najpogodnija transformacija u ovom primjeru recipročna vrijednost kvadriranih izvornih podataka ($1/visina^2$). Nakon analize transformiranih podataka grafikon disperzije reziduala potvrđuje da su varijance sada stabilizirane, odnosno, da više nisu proporcionalne veličinama procjena (Slika 2.6). Iako bi u ovom primjeru ishodi obje analize doveli do istog zaključka da se gnojidbe razlikuju u svom učinku na visinu biljke, taj zaključak (na temelju analize izvornih podataka) ne bi bio valjan zbog narušavanja pretpostavki.



Slika 2.5 Disperzija reziduala u analizi učinka gnojidbe na visinu pelargonija (na izvornim podatcima).



Slika 2.6 Disperzija reziduala u analizi učinka gnojidbe na visinu pelargonija (na transformiranim podatcima).

2.4 Višestruke usporedbe

Osnovna je svrha provođenja pokusa u kojima se na skupine pokusnih jedinica primjenjuju različita tretiranja, usporedba učinka tih tretiranja na svojstvo koje se analizira. Statistička metoda koja se koristi za usporedbu učinaka tretiranja je t-test, kojim se može testirati razlika između prosječnih vrijednosti dvaju uzoraka. Postoji li potreba za usporedbom učinaka više od dva tretiranja, t-testom ona se može izvesti samo tako da se za svaki par tretiranja provede poseban t-test. Kada je cilj pokusa provesti usporedbe većeg broja tretiranja, potrebno je provesti niz testova koji se zbog toga nazivaju višestruke usporedbe (*multiple comparisons*). Ako je potrebno provesti usporedbe između svih parova za ukupno *t* tretiranja, koliko će t-testova biti potrebno provesti? Prvo se tretiranje uspoređuje s ($t - 1$) preostalih, drugo s ($t - 2$) preostalih, treće s ($t - 3$) preostalih, itd. Prema tome, ukupan broj testova koje je potrebno provesti jednak je:

$$c = \frac{t(t-1)}{2}$$

Kako nema neke uobičajene oznake za broj usporedbi ovdje se koristi oznaka *c*, kao asocijacija na pojam *comparison* (usporedba), odnosno pojam *contrast* (kontrast) – alternativni naziv za usporedbe dva ili više tretiranja. Rastom broja tretiranja postaju sve naglašenija dva problema zbog kojih opada pouzdanost zaključaka koji se izvode na temelju rezultata ovih testova. Prvi problem predstavlja pouzdanost procjene standardne pogreške usporedbe. U pojedinačnom se t-testu (za usporedbu prosječnih vrijednosti dva uzorka) standardna pogreška usporedbe, odnosno standardna pogreška razlike izračunava prema sljedećem izrazu:

$$s_D = \sqrt{\frac{s_1^2}{r_1} + \frac{s_2^2}{r_2}} \qquad (2.15)$$

Koji se može pojednostavniti ukoliko je veličina uzoraka ista ($r_1 = r_2 = r$):

$$s_D = \sqrt{\frac{s_1^2 + s_2^2}{r}}$$

Ukoliko bi se kod višestrukih usporedbi standardna pogreška procjenjivala na ovaj način, u svakom bi testu ona bila drugačija, i svaki put bi se za procjenu koristile varijance samo onih dvaju

tretiranja koja se uspoređuju. Znatno pouzdanija procjena pogreške može se dobiti iz prethodno provedene analize varijance (kada su zadovoljene pretpostavke), čija se procjena varijance reziduala temelji na varijancama svih uzoraka. Ukoliko varijance uzoraka zamijenimo varijancom (prosječnim kvadratom) reziduala iz analize varijance, standardna pogreška razlike može se izračunati na ovaj način:

$$s_D = \sqrt{MS_{ERR}\left(\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2}\right)} \qquad (2.16)$$

Odnosno, kada su veličine svih uzoraka jednake:

$$s_D = \sqrt{\frac{2MS_{ERR}}{r}}$$

Drugi se problem također odnosi na pogrešku, i to pogrešku pri zaključivanju na temelju provedenog testa. Odbacivanje nulte hipoteze kada je ona ipak točna, naziva se pogreškom tipa I, a prihvaćanje nulte hipoteze kada nije točna, pogreškom tipa II. Pogreška tipa I regulira se odabirom granica pouzdanosti, a najčešće se koriste 5% ili 1%. Međutim, kada se provode višestruke usporedbe, iako se u svakom pojedinačnom t-testu pogreška ograniči na 5% ili 1%, vjerojatnost činjenja barem jedne pogreške tipa I u nizu testova raste s povećanjem broja usporedbi. Ukoliko se provedu dva testa, a u svakom se pogreška ograniči na 5%, vjerojatnost s kojom možemo odbaciti nultu hipotezu u svakom pojedinačnom testu iznosi 95%, odnosno 0,95. Međutim, vjerojatnost da ćemo u oba testa izbjeći pogrešku tipa I jednaka je produktu pojedinačnih vjerojatnosti, odnosno:

$$0{,}95 \times 0{,}95 = 0{,}9025$$

Vjerojatnost pojave barem jedne pogreške tipa I tada je jednak:

$$1 - 0{,}9025 = 0{,}0975$$

odnosno 9,75%. Dakle, iako je u svakom pojedinačnom testu vjerojatnost pogreške ograničena na 5%, ukoliko se provode dva testa, vjerojatnost pojave barem jedne pogreške tipa I

dvostruko je veća. U ovom se kontekstu zadane granične vjerojatnosti pogreške pojedinačnih testova nazivaju stopom pogreške usporedbi (*comparison-wise error rate*) i označavaju s $\alpha_{C,}$ a ukupna vjerojatnost činjenja barem jedne pogreške tipa I stopom pogreške pokusa (*experiment-wise error rate*) te se označava s α_E. Tu je još potrebno napomenuti da se umjesto pojma stope pogreške pokusa (*experiment-wise error rate*) koristi i pojam stope pogreške skupine testova (*family-wise error rate*); te da ta dva pojma mogu, ali i ne moraju imati isto značenje. Općenito se odnos između stope pogreške pokusa i stope pogreške usporedbi za *c* neovisnih testova može definirati ovako:

$$\alpha_E = 1 - (1 - \alpha_C)^c \qquad (2.17)$$

Tablica 2.9 Rast stope pogreške pokusa s obzirom na broj provedenih testova.

c	α_E	
	$\alpha_C = 5\%$	$\alpha_C = 1\%$
1	0,050	0,010
2	0,098	0,020
3	0,143	0,030
4	0,185	0,039
5	0,226	0,049
6	0,265	0,059
7	0,302	0,068
8	0,337	0,077
9	0,370	0,086
10	0,401	0,096

Ukoliko se vjerojatnosti pogrešaka pojedinačnih testova ograniče na 5% ili 1%, iznosi će se ukupnih vjerojatnosti povećati do vrijednosti prikazanih u Tablici 2.9. Kada se provodi pet testova, vjerojatnost činjenja barem jedne pogreške naraste na skoro 5%, što je još uvijek prihvatljivo. Međutim, pretpostavka da su testovi neovisni ne mora vrijediti, ali i tada će stopa pogreške pokusa biti manja od zbroja pogrešaka usporedbi (na temelju Booleove nejednakosti):

$$\alpha_E \leq c \cdot \alpha_C \qquad (2.18)$$

Zbog toga se javlja potreba primjene neke metode korekcije kojom bi se vjerojatnost pogreške zadržala unutar prihvatljivih granica. Od mnoštva autora koji su se bavili ovim problemom, veliki broj ih je predložio vlastitu metodu korekcije. Svaka od tih metoda ima neke prednosti i nedostatke; neke su relativno jednostavne, a druge iznimno složene. U ovom će se poglavlju samo ukratko predstaviti neke češće korištene metode, koje će se primijeniti u nastavku analize Primjera 2.1.

Fisherov LSD. Metoda koju je predložio Fisher ne uključuje nikakav poseban postupak korekcije. Osiguranje protiv pogreške je prethodno provedena analiza varijance, odnosno F-test. Višestruke usporedbe uopće se ne provode kada F-test za tretiranja u analizi varijance nije statistički značajan. Samo ukoliko je F-test statistički značajan, provode se višestruke usporedbe razlika tretiranja s najmanjim značajnim razlikama (*LSD*):

$$LSD = t_{tab} \times s_D \qquad (2.19)$$

S obzirom na to da se ne provodi stvarna korekcija pogrešaka, ovo je metoda najliberalnija.

Bonferronijeva korekcija. Ova je metoda tako nazvana u počast talijanskom matematičaru Carlu E. Bonferroniju, iako je on sam nije osmislio. Međutim, metoda se temelji na Bonferronijevim nejednakostima, a korekcija se provodi tako da se unaprijed zada najveća dopuštena stopa pogreške pokusa α_E. Nakon toga se procjenjuje na koju je vjerojatnost potrebno ograničiti stopu pogreške usporedbi α_c kako se ne bi prekoračila zadana vrijednost α_E, prema izrazu:

$$\alpha_C = \frac{\alpha_E}{c}$$

Na temelju nejednakosti (2.18) na taj se način osigurava da vrijednost stope pogreške pokusa α_E u najgorem slučaju može biti jednaka zbroju pogrešaka usporedbi α_c. To je najstroža metoda korekcije čija je negativna strana povećana vjerojatnost pogreške tipa II.
U računalnim se programima često provodi alternativni način primjene Bonferronijeve korekcije. Naime, nakon što se dobiju inicijalne (*raw*) p-vrijednosti (p_c), one se pomnože s brojem testova *c* te se na taj način izračunaju korigirane p-vrijednosti (p^B). Sve korigirane vrijednosti

veće od 1 zaokružuju se na maksimalnu moguću p-vrijednost od 1, pa se sve zajedno može iskazati izrazom:

$$p_i^B = \min\{c \times (p_C)_i, 1\} \qquad (2.20)$$

Metode koje se temelje na FDR-u (*False discovery rate*). „Lažna otkrića" naziv je koji je predložio Sorić (1989), a odnosi se na sve testove u kojima je pri izvođenju višestrukih usporedbi počinjena pogreška tipa I. Za razliku od Bonferronijeve metode čiji je cilj smanjenje vjerojatnosti činjenja barem jedne pogreške tipa I, cilj je ovih metoda ograničavanje udjela počinjenih pogrešaka tipa I u ukupnom broju provedenih testova. Na taj se način uslijed manje strogosti testova smanjuje i broj počinjenih pogrešaka tipa II, odnosno povećava se snaga testova. Najjednostavnija u ovoj skupini metoda je metoda koju su razvili Benjamini i Hochberg, a čija primjena započinje tako da se p-vrijednosti pojedinačnih testova (p_C) poredaju rastućim redom. Nakon toga se zada maksimalni udio „lažnih otkrića" Q, te se za svaki odredi „očekivana" vrijednost p_L prema izrazu:

$$p_L = \frac{i}{c} Q \qquad (2.21)$$

gdje je i redni broj p-vrijednosti, a c ukupan broj testova. Zatim se potraži najveća p_C vrijednost koja je još uvijek manja od „očekivane" vrijednosti p_L, te se taj test i svi testovi s nižim p_C vrijednostima proglase statistički značajnima.

I ta se korekcija u računalnim programima provodi na alternativni način, izračunom korigiranih p-vrijednosti:

$$p_i^{BH} = \min\{\min_{j \geq i} \left\{ \frac{c}{j} (p_C)_j \right\}, 1\} \qquad (2.22)$$

Na prvi pogled vrlo kompleksan izraz, zapravo je relativno jednostavan. Nakon što se inicijalne p-vrijednosti (p_C) poredaju rastućim redom, obrtanjem izraza (2.21) izračunaju se korigirane vrijednosti (p^{BH}). One više ne moraju biti poredane rastućim redom, pa se radi osiguranja ranije navedenog „te se taj test i svi testovi s nižim p_C vrijednostima proglase statistički značajnima" po potrebi sve korigirane vrijednosti zamijene nižima koje se eventualno kasnije pojave u redoslijedu.

Dunnettov test. Navedena se metoda primjenjuje u analizi podataka pokusa čiji je cilj usporediti niz učinaka istraživanih tretiranja s jednim kontrolnim tretiranjem, pa se u njima provodi ukupno (t – 1) višestrukih usporedbi. Osmislio ju je 1960-ih Charles Dunnett kao modificirani oblik *LSD* testa. Tablične t-vrijednosti očitavaju se iz posebnih Dunnettovih tablica na temelju uobičajenih α_C i broja stupnjeva slobode pogreške, ali i broja usporedbi (t – 1) kao dodatne informacije. Kao i kod prethodne dvije metode, u statističkim se programima primjenjuje alternativni oblik spomenutog testa koji se provodi izračunom korigiranih p-vrijednosti. Taj izračun nije tako jednostavan kao prethodna dva, pa ovdje neće biti prikazan.

Na temelju rezultata analize varijance provedene na podatcima iz Primjera 2.1 prikazanih u Tablici 2.5, izveden je zaključak da se prosjeci tretiranja A, B i C razlikuju. Idući je korak u analizi provođenje višestrukih usporedbi između tretiranja A i B, A i C, te B i C. Najprije je potrebno izračunati tri razlike između aritmetičkih sredina uzoraka (Tablica 2.1) i njihove standardne pogreške. Budući da su veličine svih uzoraka iste, jedinstvena standardna pogreška razlike procjenjuje se na temelju pojednostavnjenog izraza (2.16) uvrštavanjem vrijednosti za varijancu reziduala (Tablica 2.5) i veličinu uzorka:

$$s_D = \sqrt{\frac{2 \times 4{,}67}{7}} = 1{,}155$$

Zatim se, dijeljenjem razlika sa standardnom pogreškom izračunaju t vrijednosti, koje su zajedno s razlikama prikazane u Tablici 2.10.

Tablica 2.10 Višestruke usporedbe za primjer ABC.

Usporedba (kontrast)	Razlika	s_D	t
A-B	-3		-2,598
A-C	6	1,155	5,196
B-C	9		7,794

Inicijalne se p-vrijednosti p_C procijene uz pomoć statističkog programa, a one ujedno predstavljaju i p-vrijednosti Fisherovog LSD-testa (za koji je zadovoljen nužan uvjet statistički značajnog F-testa u analizi varijance). Bonferronijeva korekcija provest će se prema izrazu (2.20), a za Benjamini-Hochbergovu metodu ih je najprije potrebno poredati rastućim redom, a zatim ih korigirati prema izrazu (2.22). Inicijalne i korigirane p-vrijednosti (metodom prema Bonferroniju i Benjamini-Hochbergovom metodom) prikazane su u Tablici 2.11. Prema nekorigiranim p-vrijednostima sve se razlike mogu proglasiti statistički značajnima na razini pogreške od 5%, a samo prve dvije i na razini pogreške od 1%. Nakon korekcije prema Bonferroniju samo se prva dva testa mogu proglasiti statistički značajnima, ali je nakon Benjamini-Hochbergove korekcije ishod isti kao kod nekorigiranih vrijednosti.

Tablica 2.11 Korekcije p-vrijednosti višestrukih usporedbi za primjer ABC.

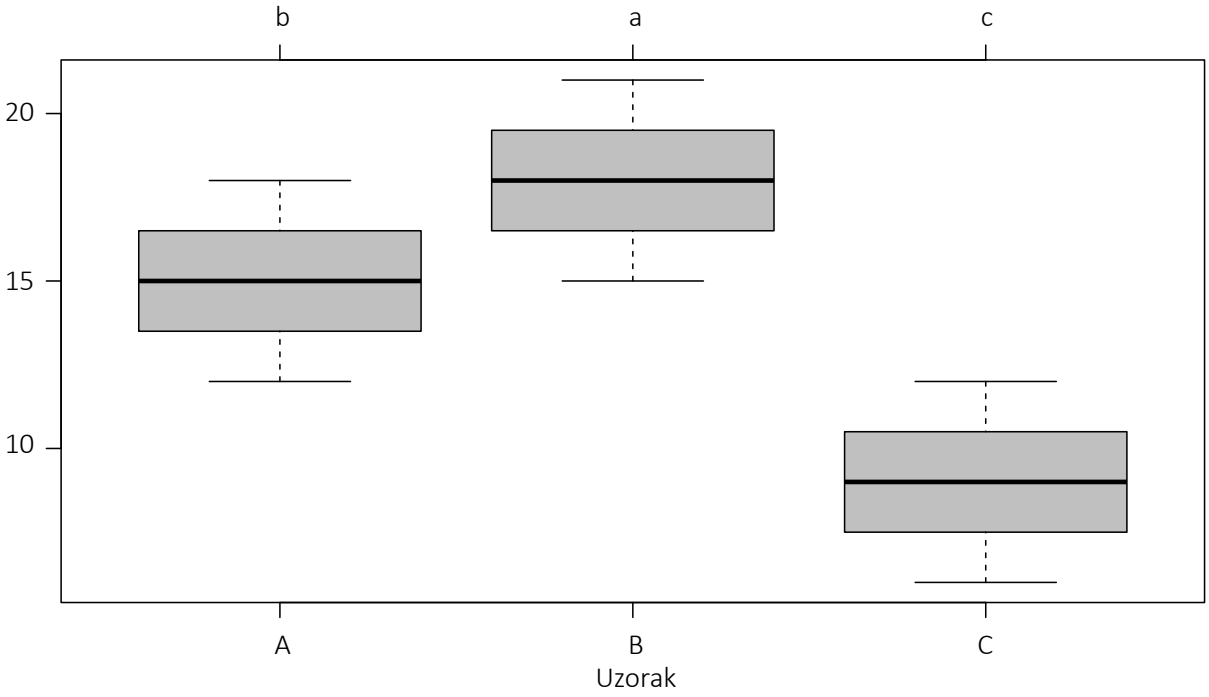
Usporedba (kontrast)	Razlika	Fisher LSD	Bonferroni	Benjamini-Hochberg	
		pc	p^B	*i*	p^{BH}
B-C	9	$3{,}54\text{x}10^{-7}$	$1{,}06\text{x}10^{-6}$	1	$1{,}06\text{x}10^{-6}$
A-C	6	$6{,}08\text{x}10^{-5}$	$1{,}83\text{x}10^{-4}$	2	$9{,}13\text{x}10^{-5}$
A-B	-3	0,0182	0,0546	3	0,0182

Broj redaka u tablici jednak je broju usporedbi, pa kada je broj usporedbi koje treba provesti jako velik, tablice postaju iznimno nepregledne. Zbog toga se umjesto prikaza svih razlika i njihovih testova koristi tzv. „sažeti slovni prikaz" (*compact letter display* – CLD), prema kojem se prosječne vrijednosti koje se ne razlikuju označavaju istim slovom, a one koje se razlikuju označavaju različitim slovima. CLD razlika između uzoraka A, B i C uz p = 5% i nekorigirane p-vrijednosti prikazan je u Tablici 2.12.

Tablica 2.12 Sažeti slovni prikaz (CLD) razlika između uzoraka A, B i C.

Uzorak	A	B	C
$\overline{y}_{i.}$	15 b	18 a	9 c

Sažeti slovni prikaz često se kombinira s kutijastim dijagramom (*box plot* ili *box-and-whisker plot*) koji je J. W. Tukey osmislio kao jednostavan način prikaza distribucije frekvencija. Taj se dijagram sastoji od „kutije" i „antena" („brkova"). Donji i gornji rub „kutije" predstavljaju prvi i treći kvartil distribucije, „antene" njen krajnji raspon, a unutar „kutije" nalazi se crta ili točka koja predstavlja srednju vrijednost distribucije (medijan). Slika 2.7 predstavlja kutijasti dijagram uzoraka A, B i C s dodanim sažetim slovnim prikazom razlika.



Slika 2.7 Grafički prikaz usporedbi tretiranja A, B i C.

2.5 Potpuno slučajan raspored

Dizajn koji odgovara osnovnom općem linearnom modelu (2.13) predstavlja najjednostavniji mogući dizajn čiji je jedini strukturni element osnovna pokusna jedinica. Zato ovaj dizajn ne zadovoljava sva načela eksperimentiranja (opisana u potpoglavlju 1.1), jer nema mogućnost primjene lokalne kontrole, odnosno kontrole pogreške pokusa. Pri raspoređivanju tretiranja na pokusne jedinice nema nikakvih ograničenja, pa je njihov raspored potpuno slučajan, tj. na svakoj od pokusnih jedinica jednaka je vjerojatnost primjene bilo kojeg od *t* tretiranja. Izvorni

je naziv ovog dizajna *completely randomized design* (CRD), pa bi prijevod koji bi obuhvatio puni smisao ovog pojma mogao glasiti: **„dizajn s potpuno slučajnim rasporedom tretiranja"**. Radi praktičnosti, umjesto ovog (punog) naziva, u ovoj će se knjizi koristiti uvriježeni naziv **potpuno slučajan raspored**.

Zbog izostanka lokalne kontrole spomenuti se dizajn u pravilu ne koristi za planiranje pokusa, ali će ovdje poslužiti kao primjer na kojem će se (u načelu) objasniti postupak izrade dizajna. Izbor tretiranja koje će se primijeniti na nekoj pokusnoj jedinici može se provesti na bilo koji slučajan način: bacanjem novčića ili kocke, izvlačenjem brojeva, generiranjem slučajnih brojeva uz pomoć računala… U ovom će se pretpostavljenom primjeru koristiti izvlačenje brojeva. U tom bismo slučaju slučajni odabir mogli provesti tako da npr. u šešir ili bubanj ubacimo oznake tretiranja. Broj oznaka kojima je zastupljeno svako tretiranje jednak je broju ponavljanja primjene tog tretiranja (koji ne mora biti jednak za svako tretiranje). Zatim se redom za pokusne jedinice izvlače oznake tretiranja koja će se na njima primijeniti. Svakoj se pokusnoj jedinici na taj način može dodijeliti bilo koje od *t* tretiranja, dok se ne izvuku sve oznake nekog tretiranja. Postupak izrade dizajna završen je kada se tretiranja dodijele svim pokusnim jedinicama.

Iako se potpuno slučajan raspored ne koristi za planiranje pokusa, ponekad je to jedini mogući model koji se može primijeniti u statističkoj analizi podataka prikupljenih u nekom istraživanju, naročito kada se radi o istraživanjima koja se provode prikupljanjem opažanja iz prirode ili prakse. Naime, jedini nužan uvjet koji mora biti zadovoljen da bi se model (2.13) mogao primijeniti je da se pokusne jedinice mogu grupirati (stratificirati) prema nekom kriteriju (kategorijskoj varijabli). Na temelju te kategorijske varijable procjenjuje se učinak tretiranja *TRET* u modelu (2.13). U tom su osnovnom modelu sadržani (ugniježđeni) odgovarajući modeli za statističku analizu pokusa postavljenih prema svim ostalim dizajnima o kojima će se govoriti u ovoj knjizi. Svaki se pokus, dakle, može analizirati prema modelu koji odgovara primijenjenom dizajnu, ali i prema modelu za potpuno slučajan raspored. Usporedba dviju analiza osnova je procjene učinkovitosti dizajna, odnosno dodanih struktura, o čemu će se opširnije govoriti u poglavlju **Učinkovitost dizajna**.

Primjer 2.5

Tipičan primjer u kojem se statistička analiza provodi prema modelu potpuno slučajnog rasporeda istraživanje je mineralnog sastava tla i biljne mase koje je provedeno u dva proizvodna vinograda (Slunjski 2013). Za taj primjer izdvojeni su podatci o reakciji tla iz vinograda smje-

štenog na lokaciji Rečki Gaj. Podatci su prikupljeni u dijelu vinograda koji je smješten na padini, tako da je odabrani dio vinograda podijeljen na devet parcela sa svake od kojih je uzet uzorak tla. Pokus nije uključivao primjenu bilo kakve vrste tretiranja, nego je njegov cilj (pored ostalog) bio ispitati razlike u reakciji tla s vrha, sredine i dna padine. Svaki dio padine bio je zastupljen s tri parcele, odnosno tri uzorka tla, a u svakom je uzorku određen pH u vodi. Podatci o reakciji tla prikazani su na Slici 2.8. gdje su i upisani unutar odgovarajućih parcela s kojih su uzeti uzorci. Vinograd je podignut na kiselom tlu, a ta je kiselost nešto jače izražena u njegovom gornjem dijelu.

Vrh	4,80	5,07	4,06
Sredina	4,92	5,42	5,28
Dno	5,71	5,68	5,89

Slika 2.8 Shematski prikaz dijela vinograda iz kojeg su uzeti uzorci.

Primjenom analize varijance prema modelu za potpuno slučajni raspored mogu se usporediti tri dijela padine. Ukupna se varijabilnost rastavlja na varijabilnost između dijelova padine i varijabilnost reziduala (varijabilnost unutar dijelova padine), kao što je prikazano u Tablici 2.13. F-test je statistički značajan, zaključak je da se tri dijela padine značajno razlikuju u reakciji tla. Pojedini se dijelovi padine zatim mogu međusobno uspoređivati primjenom testova za višestruke usporedbe.

Tablica 2.13 Analiza varijance za reakciju tla u vinogradu.

Izvori varijabilnosti	*df*	*SS*	*MS*	*F*	*p>F*
Ukupno	8	1,524			
Dijelovi padine	2	1,278	0,639	15,608	0,004
Reziduali	6	0,246	0,041		

Potrebno je provesti samo tri testa, pa se višestruke usporedbe mogu provesti i bez korekcije (Tablica 2.14). Značajno se razlikuju vrh i sredina od dna padine, a između vrha i sredine nema značajnih razlika (na razini pogreške od p = 5%). Veća kiselost u gornjem dijelu u odnosu na dno padine odgovara činjenici da u ovim dijelovima vinograda prevladavaju različiti tipovi tla.

Tablica 2.14 Višestruke usporedbe reakcije tla na različitim dijelovima padine u vinogradu.

Usporedba	Razlika	s_D	*t*	*p>t*
vrh- sredina	-0,363		-2,199	0,070
vrh- dno	-0,917	0,165	-5,548	0,001
sredina- dno	-0,553		-3,349	0,015

3 Višefaktorski pokusi

U uvodnom poglavlju navedeno je da se modeli koji se koriste u statističkoj analizi podataka sastoje od dva strukturna dijela: strukture tretiranja (*treatment structure*) i strukture dizajna (*design structure*). Struktura tretiranja u svim prethodnim primjerima bila je vrlo jednostavna, jer su svi primjeri poticali iz istraživanja u kojima se proučavao utjecaj samo jedne nezavisne varijable na jednu zavisnu varijablu. Ta se jednostavna struktura tretiranja u modelima koji su se koristili u analizi sastojala samo od jednog učinka – učinka tretiranja. Ukoliko se u istraživanju istovremeno proučava utjecaj više nezavisnih varijabli na jednu zavisnu varijablu, struktura tretiranja postaje znatno složenija. U tom se kontekstu nezavisne varijable nazivaju faktorima, a njihove pojedinačne vrijednosti razinama faktora. Zasluge za promoviranje višefaktorskih pokusa također pripadaju Fisheru, a priča o tome poslužit će i kao zaključak ovog poglavlja.

3.1 Struktura tretiranja

U višefaktorskim pokusima svaka se pokusna jedinica tretira jednom razinom jednog i jednom razinom drugog (ili drugih) faktora, odnosno nekom od mogućih kombinacija razina faktora. Broj je tretiranja prema tome jednak produktu brojeva razina faktora. U najjednostavnijem primjeru istraživanja utjecaja dva faktora na analizirano svojstvo (neka to budu faktori A i B, s pripadajućim razinama *i* i *j*), svako tretiranje (kombinacija razina faktora) primijenjeno je na *r* pokusnih jedinica (broj pokusnih jedinica isti je za svako tretiranje, radi jednostavnosti), koje se u modelu označavaju trećim indeksom *k* (*k* = 1, 2, 3,…, *r*). Procjene učinaka kombinacija razina faktora, odnosno učinka tretiranja, izvode se iz izraza (2.9), te su jednake:

$$\hat{\tau}_{ij} = \bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{...} \qquad (3.1)$$

Dva su osnovna elementa strukture tretiranja učinci faktora i učinci interakcija, pa se gornji učinak tretiranja može rastaviti na te sastavne elemente. Učinci faktora, još se nazivaju i glavni učinci (*main effects*), jer se odnose na učinke pojedinih faktora neovisne o djelovanju drugih faktora. Procjene učinaka faktora α_i (učinak *i*-te razine faktora A) i β_j (učinak *j*-te razine faktora B) analogne su procjenama učinaka tretiranja:

$$\hat{\alpha}_i = \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}; \ \hat{\beta}_j = \bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...}, \qquad (3.2)$$

Za razliku od učinaka faktora, učinci interakcija predstavljaju promjene djelovanja faktora na analizirano svojstvo pod utjecajem drugih faktora. Oni se također mogu definirati kao neaditivni učinci faktora, jer predstavljaju razliku između učinka tretiranja (kombinacija razina faktora) i zbroja učinaka faktora. Prema tome, interakcijski učinak neke kombinacije faktora A i B jednak je:

$$(\alpha\beta)_{ij} = \tau_{ij} - \alpha_i - \beta_j \qquad (3.3)$$

te se može procijeniti na sljedeći način:

$$\widehat{(\alpha\beta)}_{ij} = (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{...}) - (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...}) - (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...}) = \bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...} \qquad (3.4)$$

Ukoliko se u modelu jednosmjerne analize varijance (2.10) učinak tretiranja zamijeni učincima faktora i njihove interakcije prema izrazu (3.3), može se izvesti model za dvofaktorski pokus:

$$y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + (\alpha\beta)_{ij} + \varepsilon_{ijk} \qquad (3.5)$$

Interakcijski se učinak može manifestirati na tri različita načina, koje je najlakše objasniti na jednostavnom primjeru dvofaktorskog pokusa u kojem su oba faktora A i B zastupljena sa samo dvije razine (A_1 i A_2, odnosno B_1 i B_2). Aritmetičke sredine svih pokusnih jedinica koje su tretirane pojedinim razinama faktora i njihovim kombinacijama prikazane su u Tablici 3.1.

Tablica 3.1 Aritmetičke sredine razina i kombinacija razina faktora u dvofaktorskom pokusu s dvije razine svakog faktora.

	B_1	B_2	
A_1	$\bar{y}_{11.}$	$\bar{y}_{12.}$	$\bar{y}_{1..}$
A_2	$\bar{y}_{21.}$	$\bar{y}_{22.}$	$\bar{y}_{2..}$
	$\bar{y}_{.1.}$	$\bar{y}_{.2.}$	$\bar{y}_{...}$

Pretpostavimo da primjena druge razine svakog faktora rezultira većom vrijednošću analiziranog svojstva, odnosno da je:

$$\bar{y}_{2..} > \bar{y}_{1..}$$

$$\bar{y}_{.2.} > \bar{y}_{.1.}$$

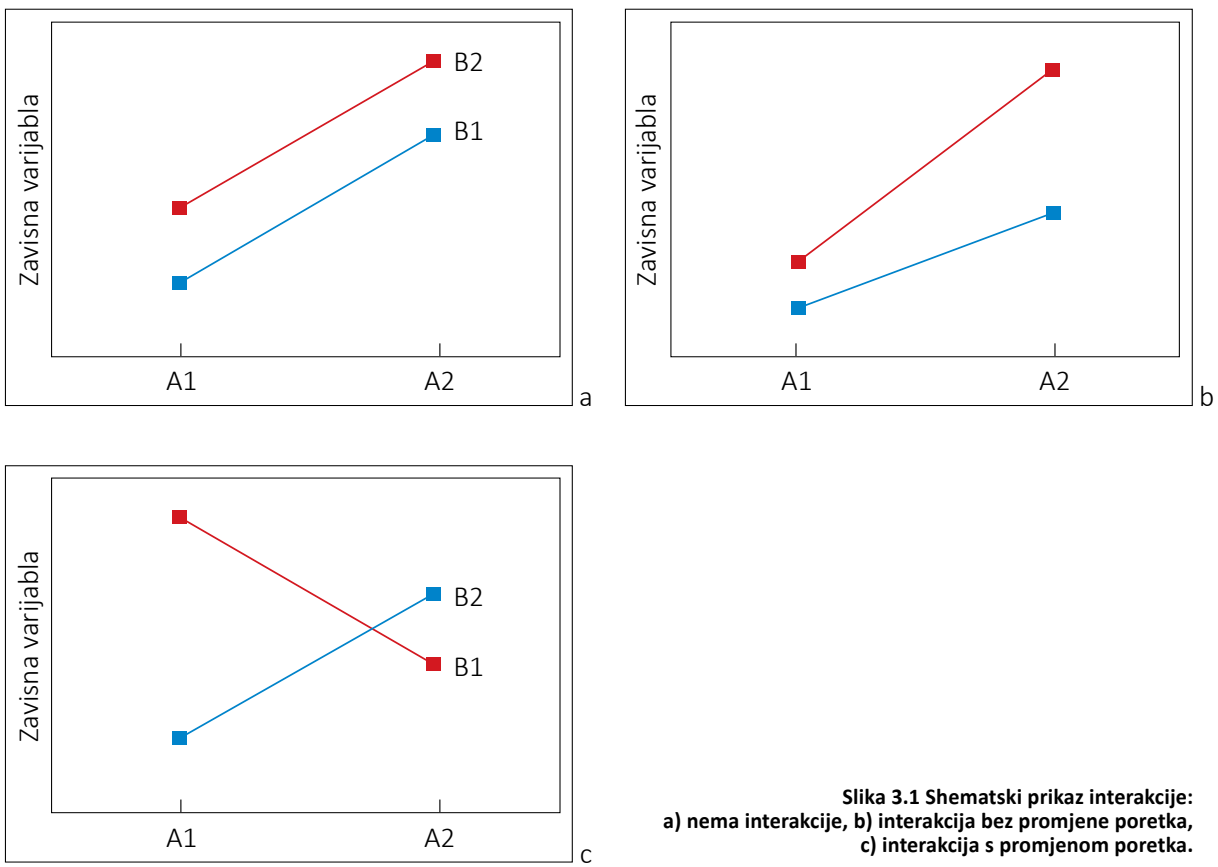
Ako su razlike između kombinacija s istim razinama jednog ili drugog faktora jednake:

$$(\bar{y}_{12.} - \bar{y}_{11.}) = (\bar{y}_{22.} - \bar{y}_{21.})$$

odnosno,

$$(\bar{y}_{21.} - \bar{y}_{11.}) = (\bar{y}_{22.} - \bar{y}_{12.})$$

onda je interakcijski učinak jednak nuli. Drugima riječima, nema interakcije – što znači da su učinci faktora neovisni, odnosno aditivni. Preostala dva tipa interakcijskog učinka odnose se na situacije u kojima navedene razlike kombinacija nisu jednake – znak jednakosti u gornjim izrazima zamjenjuje se znakom nejednakosti. Ukoliko su predznaci s obje strane nejednakosti isti onda se govori o interakciji bez promjene poretka (*non-crossover*); a ako se razlikuju, o interakciji s promjenom poretka (*crossover*). Ta tri oblika u kojima se pojavljuje interakcija često se prikazuju grafički, na način prikazan na Slici 3.1.



Slika 3.1 Shematski prikaz interakcije:
a) nema interakcije, b) interakcija bez promjene poretka,
c) interakcija s promjenom poretka.

Interpretacija ishoda analize najjednostavnija je kada nema interakcije, a najkompleksnija je u slučaju pojave interakcije s promjenom poretka. Naime, kada je cilj istraživanja preporučiti najučinkovitiju razinu nekog faktora, to je vrlo lako ostvariti kada nema interakcije. Kada se ustanovi prisutnost interakcije bez promjene poretka, ta se preporuka donosi uz napomenu da učinak te razine neće biti jednak u kombinaciji sa svim razinama drugog faktora. Uz interakciju s promjenom poretka kao najučinkovitije preporučit će se različite razine jednog faktora za različite razine drugog faktora (Slika 3.1 c) – u kombinaciji s A_1 učinkovitija je B_2, a u kombinaciji s A_2 učinkovitija je B_1).

3.2 Statistička analiza dvofaktorskog pokusa

Statistička analiza dvofaktorskog pokusa provodi se prema modelu (3.5), koji sugerira i da je dizajn pokusa potpuno slučajan raspored (koji je za sada i jedini opisani dizajn). Njegov se opisni zapis može definirati izrazom:

$$Y = A + B + A \cdot B \qquad (3.6)$$

u kojem *A* i *B* predstavljaju učinke faktora, a *A·B* učinak interakcije (kao što je objašnjeno ranije, u opisnom se zapisu ne navode ukupni prosjek i reziduali). Analogno izrazu (2.5) ukupna je varijabilnost zbroj kvadriranih odstupanja svih podataka od ukupnog prosjeka (napomena: suma kvadrata odstupanja u reduciranom modelu predstavlja ukupnu varijabilnost zavisne varijable):

$$SS_{UKUPNO} = \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2 \qquad (3.7)$$

Analogno izrazu (2.6) koji opisuje rastavljanje ukupne varijabilnosti na varijabilnost tretiranja i varijabilnost pogreške sada vrijedi:

$$\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(y_{ijk} - \bar{y}_{...})^2 = r\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}(\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{...})^2 - \sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\sum_{k=1}^{r}(y_{ijk} - \bar{y}_{ij.})^2 \qquad (3.8)$$

gdje su *a*, *b* i *r* redom brojevi: razina faktora A, razina faktora B i pokusnih jedinica tretiranih svakom kombinacijom razina faktora. Suma kvadrata tretiranja rastavlja se na sume kvadrata dvaju faktora i interakcije. Suma kvadrata faktora A odnosi se na odstupanja prosjeka razina faktora A od ukupnog prosjeka, a procjenjuje se prema izrazu

$$SS_A = rb \sum_{i=1}^{a} (\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2 \qquad (3.9)$$

a suma kvadrata faktora B na odstupanja prosjeka razina faktora B od ukupnog prosjeka, pa je njena procjena jednaka:

$$SS_B = ra \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{.j.} - \bar{y}_{...})^2 \qquad (3.10)$$

Suma kvadrata interakcijskih učinaka definiranih izrazom (3.4) procjenjuje se prema izrazu:

$$SS_{AB} = r \sum_{i=1}^{a} \sum_{j=1}^{b} (\bar{y}_{ij.} - \bar{y}_{i..} - \bar{y}_{.j.} + \bar{y}_{...})^2 \qquad (3.11)$$

Brojevi stupnjeva slobode faktora jednaki su broju razina faktora umanjenom za jedan, a broj stupnjeva slobode interakcije jednak je produktu brojeva stupnjeva slobode faktora koji su uključeni u interakciju. Shematski prikaz analize varijance prikazan je u Tablici 3.2.

Tablica 3.2 Shema tablice analize varijance dvofaktorskog pokusa.

Izvori varijabilnosti	*df*	*SS*	*MS*	*F*	*EMS*
Ukupno	$rab-1$	SS_{UKUPNO}			
A	$a-1$	SS_A	$\frac{SS_A}{a-1}$	$\frac{MS_A}{MS_{ERR}}$	$\sigma^2 + rb\theta_A^2$
B	$b-1$	SS_B	$\frac{SS_B}{b-1}$	$\frac{MS_B}{MS_{ERR}}$	$\sigma^2 + ra\theta_B^2$
A·B	$(a-1)(b-1)$	SS_{AB}	$\frac{SS_{AB}}{(a-1)(b-1)}$	$\frac{MS_{AB}}{MS_{ERR}}$	$\sigma^2 + r\theta_{AB}^2$
Reziduali	$ab(r-1)$	SS_{ERR}	$\frac{SS_{ERR}}{ab(r-1)}$		σ^2

U zadnjem stupcu u Tablice 3.2 nalaze se očekivane (teoretske) vrijednosti prosječnih kvadrata (*expected mean squares – EMS*). Sve su očekivane vrijednosti sastavljene od dvije komponente, osim prosječnog kvadrata pogreške koji je ujedno i varijanca reziduala. Svi ostali prosječni kvadrati predstavljaju zbroj varijance reziduala i prosječnog kvadratnog odstupanja θ^2. Za faktor A to se prosječno kvadratno odstupanje procjenjuje prema izrazu:

$$\hat{\theta}_A^2 = \frac{1}{a-1}\sum_{i=1}^{a}(\bar{y}_{i..} - \bar{y}_{...})^2$$

a analogno se mogu izvesti i preostala dva θ^2. Na temelju *EMS* konstruiraju se F-omjeri, npr. F-omjer za faktor A je:

$$F_A = \frac{\sigma^2 + rb\theta_A^2}{\sigma^2}$$

Ta se F-vrijednost može procijeniti uvrštavanjem procijenjenih vrijednosti brojnika (MS_A) i nazivnika (MS_{ERR}). Taj će *F* biti veći od jedan, samo kada je $\theta_A^2 > 0$, odnosno kada prosjeci razina faktora A značajno odstupaju od ukupnog prosjeka; to je u skladu s činjenicom da je nulta hipoteza koja se provjerava tim testom:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_a$$

Na isti se način može objasniti i formiranje F-omjera za dva preostala testa.

Primjer 3.1

U sklopu istraživanja utjecaja suše na rast i razvoj graha, u Zavodu za ishranu bilja Sveučilišta u Zagrebu Agronomskog fakulteta proveden je preliminarni pokus čiji je cilj bio promatrati utjecaj nedostatka vode na klijanje graha. Skupine od tri sjemenke graha (r = 3) tretirane su kombinacijom dvaju faktora: predtretiranja i uvjeta klijanja. Predtretiranje je provedeno na tri različita načina (a = 3), nakon čega je sjeme stavljeno na klijanje u normalnim uvjetima ili uvjetima simulirane suše (b = 2). Svakodnevno su prikupljani podatci o nizu svojstava klijanaca, a u ovom će primjeru biti analizirani podatci o širini korijena (cm) prikazani u Tablici 3.3. Predtretiranja su označena s P_1 (KNO_3), P_2 (PEG) i P_3 (mehanička skarifikacija), a uvjeti klijanja s S_0 (normalni uvjeti) i S_1 (suša).

Tablica 3.3 Širine korijena klijanaca graha (cm) s obzirom na predtretiranja i uvjete klijanja.

	P_1	P_2	P_3
S_0	14,17	14,25	16,19
	13,64	15,20	15,88
	12,31	15,47	17,02
S_1	10,34	8,13	7,30
	10,60	14,06	8,97
	10,87	7,94	8,66

Aritmetičke sredine pojedinih kombinacija te razina obaju faktora prikazane su u Tablici 3.4. Već se na prvi pogled mogu uočiti relativno velike razlike između uvjeta klijanja u odnosu na razlike između predtretiranja.

Tablica 3.4 Aritmetičke sredine širina korijena (cm) za sve kombinacije i razine faktora.

	P_1	P_2	P_3	
S_0	13,38	14,97	16,37	14,91
S_1	10,60	10,05	8,31	9,65
	11,99	12,51	12,34	12,28

Statistička analiza podataka o širini korijena provodi se prema modelu (3.6). Najprije se procjeni ukupna varijabilnost prema izrazu (3.7):

$$SS_{UKUPNO} = (14{,}17 - 12{,}28)^2 + \cdots + (8{,}66 - 12{,}28)^2 = 175{,}45$$

a zatim sume kvadrata faktora i interakcije prema izrazima (3.9), (3.10) i (3.11):

$$SS_P = 3 \cdot 2 \cdot ((11{,}99 - 12{,}28)^2 + (12{,}51 - 12{,}28)^2 + (12{,}34 - 12{,}28)^2) = 0{,}84$$

$$SS_S = 3 \cdot 3 \cdot ((14{,}91 - 12{,}28)^2 + (9{,}65 - 12{,}28)^2) = 124{,}16$$

$$SS_{PS} = 3\left((13{,}38 - 11{,}99 - 14{,}91 + 12{,}28)^2 + \cdots + \left((8{,}31 - 12{,}34 - 9{,}65 + 12{,}28)\right)^2\right) = 21{,}16$$

Suma kvadrata reziduala razlika je između ukupne i ove tri sume kvadrata:

$$SS_{ERR} = 175{,}45 - 0{,}84 - 124{,}16 - 21{,}16 = 29{,}29$$

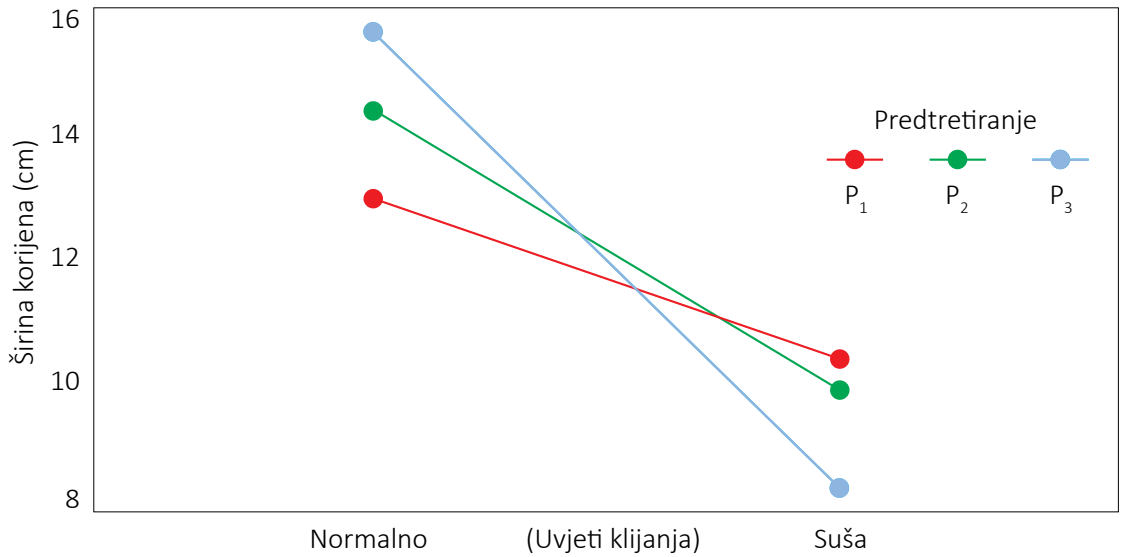
Prema shemi iz Tablice 3.2 sada se može kompletirati tablica analize varijance, prikazana u Tablici 3.5.

Tablica 3.5 Analiza varijance za širinu korijena graha.

Izvori varijabilnosti	*df*	*SS*	*MS*	*F*	*p*>F
Ukupno	17	175,45			
Predtretiranja (P)	2	0,84	0,42	0,17	0,844
Sorte (S)	1	124,16	124,16	50,87	<0,001
P·S	2	21,16	10,58	4,34	0,038
Reziduali	12	29,29	2,44		

Interpretacija F-testova u analizi varijance višefaktorskih pokusa započinje odozdo, s testom za interakciju. U ovom je primjeru taj test statistički značajan (na razini pogreške od 5%), što znači da postoji interakcija između predtretiranja i uvjeta klijanja. Testovi za faktore ukazuju na to da nema nikakve razlike u širini korijena s obzirom na tip predtretiranja, ali se razlikuju širine korijena sjemenki koje su klijale u različitim uvjetima. Prije provođenja višestrukih usporedbi korisno je grafički prikazati odnose između prosječnih vrijednosti kombinacija (Slika 3.2). Očito je da je za sva tri predtretiranja širina korijena manja u suši, što je i očekivano. Način na koji se manifestira interakcija u ovom je primjeru potpuno obrtanje redoslijeda predtretiranja,

pa ono koje je bilo najbolje u normalnim uvjetima klijanja postaje najgore u suši i obrnuto. Dakle, predtretiranje koje može najbolje ublažiti utjecaj suše u normalnim će uvjetima imati relativno negativan učinak na širinu korijena.



Slika 3.2 Odnos prosječnih širina korijena za kombinacije predtretiranja i uvjeta klijanja.

Ukoliko se nakon analize varijance provode višestruke usporedbe razlika prosjeka kombinacija, one se obično provode između razina jednog faktora odvojeno po razinama drugog faktora. Budući da su u ovom primjeru očito veće razlike između uvjeta klijanja nego između predtretiranja, višestruke usporedbe mogu se provesti upravo na taj način (između uvjeta klijanja, odvojeno za svaki tip predtretiranja). Standardna pogreška za usporedbe prosjeka kombinacija je:

$$s_{D(P \cdot S)} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}44}{3}} = 1{,}28$$

S obzirom na to da se provode samo tri testa, nije nužno provesti korekciju p-vrijednosti. Testovi za sve tri usporedbe prikazani su u Tablici 3.6. Širina je korijena očekivano veća u normalnim uvjetima, osim kod prvog tipa predtretiranja (KNO_3) pri čijoj primjeni nema razlika u širini korijena, bez obzira jesu li sjemenke klijale u normalnim ili sušnim uvjetima.

Tablica 3.6 Višestruke usporedbe između širina korijena u normalnim i sušnim uvjetima.

Predtretiranje	Usporedba	Razlika	*t*	*p*>t
P_1		2,77	2,18	0,0504
P_2	S_0 - S_1	4,93	3,86	0,0023
P_3		8,06	6,32	<0,0001

3.3 Hijerarhijski model

Model (3.6) primjenjuje se u statističkoj analizi pokusa u kojima se oba faktora nalaze u jednakom položaju, te nije bitan njihov redoslijed. U takvim se pokusima sve razine jednog faktora kombiniraju sa svim razinama drugog faktora kao u Primjeru 3.1. ili u shematskom prikazu kombinacija faktora u zamišljenom pokusu prikazanom u Tablici 3.7. Kada se faktori odnose na takav način, tada se njihovi učinci nazivaju ukrižanim učincima (*crossed effects*).

Tablica 3.7 Prikaz svih kombinacija dvofaktorskog pokusa s ukrižanim učincima.

	B_1	B_2	B_3	B_4
A_1	A_1B_1	A_1B_2	A_1B_3	A_1B_4
A_2	A_2B_1	A_2B_2	A_2B_3	A_2B_4
A_3	A_3B_1	A_3B_2	A_3B_3	A_3B_4

Odnos između faktora bitno je drugačiji u pokusima u kojima se svaka razina jednog faktora kombinira s različitim setom razina drugog faktora. Tada su učinci drugog faktora ugniježđeni (*nested effects*) u učincima prvog faktora, pa je odnos faktora hijerarhijski. Shematski prikaz kombinacija u dvofaktorskom pokusu s hijerarhijskim odnosom faktora nalazi se u Tablici 3.8.

Tablica 3.8 Prikaz svih kombinacija dvofaktorskog pokusa s ugniježđenim faktorom.

A_1				A_2				A_3			
B_1	B_2	B_3	B_4	B_5	B_6	B_7	B_8	B_9	B_{10}	B_{11}	B_{12}
A_1B_1	A_1B_2	A_1B_3	A_1B_4	A_2B_5	A_2B_6	A_2B_7	A_2B_8	A_3B_9	A_3B_{10}	A_3B_{11}	A_3B_{12}

Kada je jedan faktor ugniježđen u drugom, onda se ni njegov učinak ne može promatrati odvojeno od učinka drugog faktora. Zbog toga se u statističkom modelu za analizu pokusa ovog tipa umjesto tri (učinci faktora i učinak interakcije) pojavljuju samo dva učinka: učinak prvog faktora i učinak drugog faktora ugniježđen u učinku prvog faktora. Suma kvadrata ugniježđenog učinka jednaka je:

$$SS_{BuA} = r\sum_{i=1}^{a}\sum_{j=1}^{b}\left(\bar{y}_{ij} - \bar{y}_{i..}\right)^2 \qquad (3.12)$$

što je zbroj izraza (3.10) i (3.11), kojima se procjenjuju sume kvadrata faktora B i interakcije u dvofaktorskom pokusu s ukrižanim učincima. Općenito, suma kvadrata učinka koji se izostavi iz modela pribraja se drugom učinku koji „apsorbira" taj izostavljeni učinak. To je u načelu suma kvadrata reziduala, osim ako se u modelu ne javlja neka interakcija u kojoj sudjeluje taj izostavljeni učinak; u tom se slučaju izostavljeni učinak pribraja interakciji („apsorbira"). Dakle, da je u modelu (3.6) izostavljen učinak bilo kojeg od dva faktora, taj bi učinak bio „apsorbiran"u interakciji. Prema tome, izostavljanjem učinka faktora B, taj će se učinak pribrojiti interakcijskom učinku, te će se na taj način zapravo procijeniti suma kvadrata ugniježđenog učinka faktora B. Stoga se u opisnom načinu zapisa koji se koristi u ovoj knjizi (Piepho i sur. 2003) za učinak ugniježđenog faktora koristi ista oznaka kao i za učinak interakcije ukrižanih faktora, a model za dvofaktorske pokuse s ugniježđenim faktorom izvodi se iz modela za dvofaktorske pokuse s ukrižanim faktorima (3.6) izostavljanjem glavnog učinka faktora B:

$$Y = A + A \cdot B \qquad (3.13)$$

Dakle, ovisno o kontekstu, oznaka *A·B* može predstavljati interakcijski učinak (ako se u modelu pojavljuju glavni učinci oba faktora) ili ugniježđeni učinak jednog faktora (ako je izostavljen glavni učinak tog faktora). To je osnovna razlika između modela s ukrižanim učincima i modela s ugniježđenim učincima.

Sve ostale sume kvadrata procjenjuju se na isti način kao i u pokusima s ukrižanim učincima. Broj stupnjeva slobode ugniježđenog učinka jednak je zbroju brojeva razina faktora B umanjenih za 1, po svim razinama faktora A. Shematski prikaz analize varijance za dvofaktorski pokus prema hijerarhijskom modelu može se pronaći u Tablici 3.9. Varijanca reziduala je i u ovom slučaju u nazivniku oba F-omjera.

Tablica 3.9 Shema analize varijance dvofaktorskog pokusa prema hijerarhijskom modelu.

Izvori varijabilnosti	*df*	*MS*	*F*	*EMS*
Ukupno	$rab-1$			
A	$a-1$	$\frac{SS_A}{a-1}$	$\frac{MS_A}{MS_{ERR}}$	$\sigma^2+rb\theta_A^2$
B unutar A	$a(b-1)$	$\frac{SS_{BuA}}{a(b-1)}$	$\frac{MS_{BuA}}{MS_{ERR}}$	$\sigma^2+r\theta_{BuA}^2$
Reziduali	$ab(r-1)$	$\frac{SS_{ERR}}{ab(r-1)}$		σ^2

Primjer 3.2

U sklopu istraživanja šumskih populacija divljih trešanja prikupljeni su podatci o dimenzijama listova s većeg broja lokaliteta u Bosni i Hercegovini i Hrvatskoj (Ballian i sur., 2012). Za ovaj primjer izdvojena su tri lokaliteta: Karlovac, Tomislavgrad i Gospić. Svaki je lokalitet zastupljen s pet slučajno odabranih stabala, a svako stablo s pet slučajno odabranih listova. Podatci o duljini lista (cm) prikazani su u Tablici 3.10. Budući da ne postoji mogućnost da se jedno stablo istovremeno pojavi na više lokaliteta, odnos je ovih faktora hijerarhijski, a učinak stabla ugniježđen je unutar učinka lokaliteta.

Iako je ovo tipičan primjer dvofaktorskog pokusa s ugniježđenim učinkom, za statističku analizu podataka iz Tablice 3.10 ipak nije pogodan model (3.13). Osnova je problema F-test za ugniježđeni faktor stabla u Tablici 3.9, jer taj test pruža odgovor na pitanje koje vrlo vjerojatno nije postavljeno kao cilj ovog istraživanja. Naime, provođenje F-testa za učinke stabala sugeriralo bi da su predmet interesa u ovom istraživanju bila upravo ta stabla (a ne neka druga). Znatno je realnija pretpostavka da su ta stabla bila samo slučajni uzorak koji je predstavljao ukupnu populaciju stabala na nekom lokalitetu. Metode i modeli koji se temelje na toj pretpostavci bit će tema idućeg potpoglavlja.

Tablica 3.10 Duljine listova divljih trešanja.

Lokalitet	Stablo	Duljina lista (cm)				
Karlovac	1	10,33	10,20	9,93	7,78	7,05
	2	10,55	9,08	7,20	9,44	7,61
	3	10,09	10,96	10,80	9,60	7,28
	4	8,55	10,93	8,83	10,83	10,30
	5	10,83	9,98	10,79	10,71	8,93
Tomislavgrad	6	10,07	9,28	8,83	8,77	6,38
	7	7,92	8,72	5,35	6,54	9,94
	8	9,39	8,58	9,06	8,71	9,12
	9	9,54	7,91	7,44	7,36	7,64
	10	8,49	9,53	8,25	8,11	7,31
Gospić	11	10,10	7,67	9,77	6,91	7,98
	12	12,30	9,86	11,35	10,52	10,10
	13	9,20	9,11	8,18	8,36	9,30
	14	10,00	11,76	13,18	9,47	9,69
	15	6,42	8,61	8,17	10,38	8,87

3.4 Mješoviti modeli

U svim prethodno provedenim analizama učinci svih faktora tretirani su kao fiksni učinci (*fixed effects*). Kada se učinci tretiraju kao fiksni, onda su predmet interesa isključivo i samo one razi-

ne faktora koje su primijenjene u pokusu, a cilj je statističke analize provesti testove za razlike učinaka tih razina. Ako primijenjene razine faktora predstavljaju samo slučajni uzorak odabran iz populacije koju čine sve moguće razine tog faktora, onda se zaključci statističke analize odnose na cjelokupnu populaciju, a predmet interesa su njihove varijance. Takvi se učinci nazivaju slučajnim učincima (*random effects*). Svi prethodno predstavljeni modeli bili su modeli s fiksnim učincima (*fixed-effects models*), jer su se sastojali isključivo od fiksnih učinaka. Iako se koriste i modeli sa slučajnim učincima (*random-effects*), znatno su važniji mješoviti modeli (*mixed models*) koji će biti predstavljeni u ovom potpoglavlju, a primijenjeni i u nekim kasnijim poglavljima. Kao što naziv sugerira, mješoviti modeli mogu istovremeno sadržavati i fiksne i slučajne učinke faktora. Potrebno je još napomenuti, da osim učinaka faktora, svi modeli sadrže još dva parametra od kojih jedan ima fiksni, a drugi slučajni učinak. To su, redom: ukupni prosjek (koeficijent β_0 u regresijskom modelu) i reziduali. Prvi parametar ponekad može biti izostavljen, a ponekad tretiran i kao slučajni učinak.

Za procjenu parametara mješovitih modela koristi se metoda najveće vjerodostojnosti (*maximum likelihood*), koja se temelji na maksimiziranju funkcije vjerodostojnosti, koja pak opisuje vjerojatnost dobivenih podataka kao funkcije parametara odabranog statističkog modela. Iza ove kompleksne definicije, naravno, krije se i vrlo kompleksna metoda čije objašnjavanje daleko nadilazi ciljanu razinu ove knjige. Zato će ovdje biti dana samo nužna objašnjenja vezana uz njenu primjenu, koja je lako dostupna zahvaljujući njenoj implementaciji u velikom broju računalnih programa. Zbog jednostavnijeg se načina procjene funkcija vjerodostojnosti (umjesto u izvornom obliku) izražava kao prirodni logaritam, jer logaritam funkcije vjerodostojnosti postiže maksimum u istim vrijednostima kao i funkcija vjerodostojnosti. U statističkoj analizi primjenom mješovitih modela u ovoj će se knjizi koristiti specifična metoda koja se naziva ograničena ili rezidualna najveća vjerodostojnost (*restricted/residual maximum likelihood* – REML). Za razliku od metode maksimalne vjerodostojnosti koja u obzir uzima sve parametre u modelu, metoda REML ograničava se samo na slučajne učinke. Metode najveće vjerodostojnosti prvenstveno su namijenjene za procjene parametara modela u situacijama kada skupovi podataka koji se analiziraju nisu uravnoteženi (*unbalanced data sets*), odnosno kada se u njima pojavljuju različiti obrasci nedostajućih podataka (*missing data*) pa nije moguća primjena standardne analize varijance. Između ostalog, poželjno je svojstvo metode REML da njena primjena u analizi uravnoteženih skupova podataka (*balanced data sets*) dovodi do istih rješenja kao i standardna analiza varijance.

Rezultati statističke analize provedene prema nekom mješovitom modelu prikazuju se odvojeno za fiksne i slučajne učinke. Ispis dijela rezultata koji se odnosi na fiksne učinke dolazi u formi standardne tablice analize varijance, iako se provedeni F-testovi mogu bitno razlikovati. Naime, za razliku od modela s fiksnim učincima u kojima se u nazivniku svih F-omjera uvijek nalazi prosječni kvadrat (varijanca) reziduala, u mješovitim se modelima u nazivnicima F-omjera mogu nalaziti prosječni kvadrati drugih slučajnih učinaka, kao i njihove kombinacije. Zbog toga pri primjeni mješovitih modela točne distribucije F-omjera nisu poznate, a kada model sadrži više slučajnih učinaka ili kada skupovi podataka nisu uravnoteženi, nije poznat ni točan broj stupnjeva slobode nazivnika. Kako bi se ipak mogli provesti F-testovi za fiksne učinke u mješovitim modelima koriste se različite metode aproksimacije broja stupnjeva slobode, a najčešće su to Satterthwaiteova ili Kenward-Rogerova metoda (detaljnije se objašnjenje može pronaći u dodatku **Aproksimacija broja stupnjeva slobode** na kraju knjige). Shema analize varijance za dvofaktorski pokus u kojem je ugniježđeni učinak tretiran kao slučajan učinak prikazana je u Tablici 3.11. U usporedbi sa shemom analize prema modelu s fiksnim učincima prikazanom u Tablici 3.9, u zadnja dva stupca (*F* i *EMS*) može se uočiti bitna razlika: u nazivniku F-omjera za fiksni učinak faktora A umjesto prosječnog kvadrata reziduala sada se nalazi prosječni kvadrat ugniježđenog faktora B, jer *EMS* za faktor A (osim varijance reziduala) sadrži i komponentu varijance ugniježđenog faktora.

Tablica 3.11 Shema analize varijance dvofaktorskog pokusa s ugniježđenim slučajnim učinkom.

Izvori varijabilnosti	*df*	*MS*	*F*	*EMS*
Ukupno	$rab-1$			
A	$a-1$	$\frac{SS_A}{a-1}$	$\frac{MS_A}{MS_{BuA}}$	$\sigma^2+r\sigma^2_{BuA}+rb\theta^2_A$
B unutar A	$a(b-1)$	$\frac{SS_{BuA}}{a(b-1)}$		$\sigma^2+r\sigma^2_{BuA}$
Reziduali	$ab(r-1)$	$\frac{SS_{ERR}}{ab(r-1)}$		σ^2

S obzirom na to da metoda najveće vjerodostojnosti (čak i za relativno male skupove podataka) zahtjeva provedbu velikog broja računskih operacija, statistička analiza pomoću mješovitih

modela počela se učestalije primjenjivati tek sa širom dostupnošću računala i specijaliziranih statističkih programa. Prije toga su se komponente varijance slučajnih učinaka procjenjivale na temelju očekivanih vrijednosti prosječnih kvadrata. Tako bi se komponenta varijance ugniježđenog učinka B mogla procijeniti pomoću izraza:

$$\hat{\sigma}^2_{BuA} = \frac{MS_{BuA} - MS_{ERR}}{r}$$

Primjena metoda najveće vjerodostojnosti omogućuje njihovu izravnu procjenu. Opravdanost uključivanja slučajnog učinka nekog faktora u model može se ispitati testom koji se naziva test omjera vjerodostojnosti (*likelihood ratio test* – LRT). Tim se testom, koji se provodi kao χ^2 test, uspoređuju vjerodostojnosti dvaju modela: punog modela koji sadrži učinak koji se testira, i reduciranog modela iz kojeg je izostavljen taj učinak. Ukoliko između vjerodostojnosti dvaju modela nema statistički značajne razlike, učinak se može izostaviti; ukoliko je vjerodostojnost punog modela veća, uključivanje je tog učinka u model opravdano. Test omjera vjerodostojnosti može se provesti tako da se testna statistika λ procjeni kao razlika logaritama vjerodostojnosti dvaju modela, pomnožena s -2:

$$\lambda = -2(logLik_{RM} - logLik_{FM}) \qquad (3.14)$$

gdje su $logLik_{RM}$ i $logLik_{FM}$ logaritmi vjerodostojnosti reduciranog i punog modela. Vjerodostojnosti se mogu izražavati i kao devijance (*-2logLik*), koje predstavljaju mjere odstupanja podataka od modela. Tada vrijedi obrnuto pravilo – učinkovitiji je model s manjom devijancom. Na temelju vjerodostojnosti može se ocijeniti i relativna učinkovitost mješovitog modela u odnosu na neki reducirani model. Pored vjerodostojnosti kao mjere učinkovitosti modela, pri odabiru najpogodnijeg modela važno je i načelo štedljivosti (*parsimony*), prema kojem se od dva jednako učinkovita modela odabire onaj koji je jednostavniji. Oba se kriterija, učinkovitost i štedljivost, objedinjuju u informacijskim kriterijima, kao što su Akaikeov informacijski kriterij (AIC) ili Bayesovski informacijski kriterij (BIC). Akaikeov informacijski kriterij predstavlja zbroj devijance i dvostrukog broja parametara *p*:

$$AIC = -2logLik + 2p \qquad (3.15)$$

U izrazima kojima se definiraju mješoviti modeli potrebno je jasno razdvojiti fiksne i slučajne učinke. U ovoj će se knjizi u tu svrhu koristiti oznaka :: („dvostruka dvotočka"). To je jedino odstupanje od notacije Piepha i sur. (2003) koji koriste oznaku : (dvotočka), a koje je napravljeno radi izbjegavanja moguće zamjene s oznakom za interakciju koja se koristi u programskom jeziku R. Model s fiksnim učincima (3.13) se na taj način može pretvoriti u mješoviti model:

$$Y = A :: A \cdot B \qquad (3.16)$$

u kojem se ugniježđeni učinak faktora B tretira kao slučajni učinak (fiksni se učinci uvijek navode s lijeve, a slučajni s desne strane znaka ::).

Taj će se model primijeniti u analizi podataka iz Primjera 3.2, u kojoj će se učinak lokaliteta tretirati kao fiksni, a učinak stabala ugniježđen u učinku lokaliteta kao slučajni učinak. F-omjer za fiksni učinak lokaliteta formira se prema izrazu u Tablici 3.11, a rezultat F-testa prikazan je u Tablici 3.12. F-test nije statistički značajan, pa se zaključuje da između lokaliteta nema statistički značajnih razlika u duljini lista, ili preciznije, da razlike u duljini listova između lokaliteta nisu značajno veće od razlike u duljini listova između stabala unutar tih lokaliteta. Kako analizirana stabla predstavljaju slučajni uzorak cjelokupne populacije stabala na tim lokalitetima, taj se zaključak odnosi i na cjelokupnu populaciju.

Tablica 3.12 Test za fiksni učinak u analizi duljine lista divljih trešanja (ispis iz R-a).

Fiksni učinak	*SS*	*MS*	*df*		*F*	*p>F*
			brojnik	nazivnik		
Lokalitet	23,52	11,76	2	12	3,307	0,0718

Procjene varijanci slučajnih učinaka prikazane su u Tablici 3.13. Kako ovaj primjer predstavlja uravnoteženi skup podataka, procjene varijanci uz pomoć REML-a ne razlikuju se od procjena pomoću očekivanih vrijednosti na temelju Tablice 3.11. Tako se vrijednost prosječnog kvadrata ugniježđenog učinka stabala može rekonstruirati na temelju njegove očekivane vrijednosti i procjena dvije varijance:

$$MS_{SuL} = \hat{\sigma}^2 + r\hat{\sigma}^2_{SuL} = 1{,}521 + 5 \cdot 0{,}407 = 3{,}556$$

odnosno F-omjer za lokalitete:

$$F_L = \frac{MS_L}{MS_{SuL}} = \frac{11{,}76}{3{,}556} = 3{,}307$$

Tablica 3.13 Varijance slučajnih učinaka u analizi duljine lista divljih trešanja.

Slučajni učinak	Varijanca
Stabla unutar lokaliteta	0,407
Reziduali	1,521

Devijanca ovog modela iznosi 254,37. Model sadrži pet parametara: tri učinka lokaliteta, slučajni učinak stabala unutar lokaliteta i pogrešku (objašnjenje definiranja broja parametara na Primjeru 2.1 nalazi se u dodatku **Matrični zapis modela**). Procjena relativne uspješnosti modela, kao i test opravdanosti uvrštavanja ugniježđenog učinka stabala mogu se provesti usporedbom ovog (punog) modela s reduciranim modelom iz kojeg je izostavljen ugniježđeni slučajni učinak. Devijanca reduciranog modela iznosi 258,67, što znači da je puni model učinkovitiji (jer njegove procjene manje odstupaju od podataka). Međutim, kako je to povećanje učinkovitosti ostvareno uvođenjem dodatnog parametra, prema načelu štedljivosti ta se dva modela mogu usporediti na temelju Akaikeovog informacijskog kriterija. Vrijednost AIC za puni model s pet parametara iznosi 264,37, a za reducirani model s četiri parametra 266,67. Za AIC također vrijedi pravilo „manje je bolje", pa se puni model može proglasiti učinkovitijim. U ovom je primjeru λ jednako 4,32, a vjerojatnost dobivanja veće vrijednosti u χ^2 distribuciji s jednim stupnjem slobode (razlika u broju parametara!) iznosi p = 0,0381. Test je statistički značajan (na razini pogreške od 5%), dakle, postoje statistički značajna razlika u učinkovitosti dvaju modelu, pa je uvrštavanje ugniježđenog slučajnog učinka u model opravdano.

3.5 Pokusi s više od dva faktora

Što je više faktora čiji se utjecaj na neko svojstvo želi istovremeno istražiti, to modeli postaju sve složeniji i složeniji; što za posljedicu ima sve zahtjevniju interpretaciju rezultata analize. Broj interakcija progresivno raste: u dvofaktorskom pokusu postoji samo jedna interakcija, u trofaktorskom četiri, u četverofaktorskom njih deset, itd. Ako se u pokusu učinci svih faktora tretiraju kao fiksni, onda je u nazivnicima svih F-omjera varijanca pogreške, kao što se može zaključiti na temelju očekivanih vrijednosti prosječnih kvadrata u primjeru iz Tablice 3.14.
Ako se učinak bilo kojeg od faktora tretira kao slučajan, onda slučajni moraju biti i učinci svih interakcija u koje je uključen taj faktor. U primjeru iz Tablice 3.14, kada su kao slučajni tretirani učinci faktora B i C – prema načelu „slučajan učinak faktora → slučajan učinak interakcije",

učinci svih interakcija bili bi slučajni, pa bi učinak faktora A bio jedini fiksni učinak u tom modelu. S obzirom na očekivanu vrijednost njegovog prosječnog kvadrata, nazivnik F-omjera za test učinka faktora A morao bi se posebno formirati kao linearna kombinacija prosječnih kvadrata učinaka interakcija A·B, A·C i A·B·C.

Tablica 3.14 Očekivane vrijednosti prosječnih kvadrata u trofaktorskom pokusu.

Izvori varijabilnosti	*df*	*EMS*	
		Svi fiksni	Fiksni A, slučajni B i C
Ukupno	$rabc$ - 1		
A	a - 1	$\sigma^2 + rbc\theta_B^2$	$\sigma^2 + r\sigma_{ABC}^2 + rc\sigma_{AB}^2 + rb\sigma_{AC}^2 + rbc\theta_A^2$
B	b - 1	$\sigma^2 + rbc\theta_C^2$	$\sigma^2 + r\sigma_{ABC}^2 + rc\sigma_{AB}^2 + ra\sigma_{AC}^2 + rac\sigma_B^2$
C	c - 1	$\sigma^2 + rab\theta_C^2$	$\sigma^2 + r\sigma_{ABC}^2 + rb\sigma_{AC}^2 + ra\sigma_{BC}^2 + rab\sigma_C^2$
A·B	$df_A \cdot df_B$	$\sigma^2 + rc\theta_{AB}^2$	$\sigma^2 + r\sigma_{ABC}^2 + rc\sigma_{AB}^2$
A·C	$df_A \cdot df_C$	$\sigma^2 + rb\theta_{AC}^2$	$\sigma^2 + r\sigma_{ABC}^2 + rb\sigma_{AC}^2$
B·C	$df_B \cdot df_C$	$\sigma^2 + ra\theta_{BC}^2$	$\sigma^2 + r\sigma_{ABC}^2 + ra\sigma_{BC}^2$
A·B·C	$df_A \cdot df_B \cdot df_C$	$\sigma^2 + r\theta_{ABC}^2$	$\sigma^2 + r\sigma_{ABC}^2$
Reziduali	abc(r-1)	σ^2	σ^2

Važno je načelo pri interpretaciji rezultata statističke analize višefaktorskog pokusa da se ona provodi počevši od dna tablice prema vrhu, interpretirajući najprije interakciju u koju su uključeni svi faktori. Ukoliko je test za tu interakciju statistički značajan, vrlo je teško donositi zaključke na temelju preostalih testova.

Možda je najbolji zaključak ovog poglavlja Fisherova argumentacija kada je promovirao višefaktorske pokuse. Naime, zbog svih navedenih razloga, početkom prošlog stoljeća vladalo je opće pravilo: „Prirodi ne treba postavljati više od jednog pitanja." Upravo to načelo bilo je propisano u uputama za provođenje poljskih pokusa u Rothamstedu (Russell, 1926; prema Speed, 1990): „*The chief requirement is simplicity: only one question should be asked at a time.*" S tim se nače-

lom nije složio Fisher (1926), koji se upravo bavio metodologijom višefaktorskih pokusa, pa ga je ovako komentirao: „*No aphorism is more frequently repeated in connection with field trials, than that we must ask Nature few questions, or, ideally, one question, at a time. The writer is convinced that this view is wholly mistaken. Nature, he suggests, will best respond to a logical and carefully thought out questionnaire; indeed, if we ask her a single question, she will often refuse to answer until some other topic has been discussed.*" Ukratko, prema slobodnoj interpretaciji ovog Fisherovog razmišljanja, Prirodi se može postaviti i više od jednog pitanja, ali ta pitanja moraju biti pažljivo i smisleno postavljena.

4 Dizajni s potpunim blokovima

U poglavlju **Osnovne statističke metode i modeli** opisan je potpuno slučajan raspored, najjednostavniji mogući dizajn koji slijedi načela ponavljanja i slučajnog rasporeda, ali nema lokalne kontrole. Zbog toga su procjene učinaka tretiranja na temelju modela potpuno slučajnog rasporeda opterećene relativno velikom pogreškom, jer na njih može utjecati mnoštvo faktora koji se nalaze izvan kontrole istraživača. Fisherov pristup rješavanju ovog problema bio je grupiranje pokusnih jedinica u što homogenije blokove, kako bi se na taj način smanjila pogreška pri usporedbama tretiranja. Homogenost blokova postiže se grupiranjem pokusnih jedinica prema nekom kriteriju koji je nezavisan od učinka tretiranja, a najčešće je to njihov smještaj u prostoru. Općenito je to bilo koji kriterij na temelju kojeg se može postići da učinci svih faktora izvan kontrole istraživača na vrijednosti zavisne varijable na pokusnim jedinicama unutar istog bloka budu što ujednačeniji (npr. životinje iz istog legla). Potpuni blokovi (*complete blocks*) skupine su koje se sastoje od istog broja pokusnih jedinica koliki je i broj tretiranja, tako da se pri izvođenju pokusa u tom bloku mogu primijeniti sva tretiranja, ali svako od njih samo jedanput. Repeticije (*replicates*) ili ponavljanja alternativni su nazivi za potpune blokove, jer broj repeticija ujedno predstavlja i broj pokusnih jedinica na kojima je primijenjeno svako od tretiranja u pokusu.

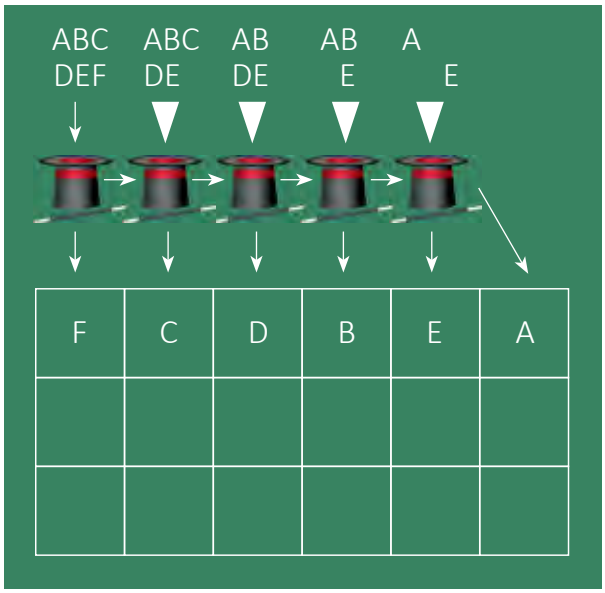
4.1 Slučajni blokni raspored

Prvi dizajn koji je Fisher osmislio i primijenio u Rothamstedu nazvan je *randomized complete block design* (RCBD) i ubrzo je postao osnovni dizajn koji se koristio za postavljanje poljskih pokusa u Rothamstedu. Popularnost tog dizajna s godinama je rasla zbog njegove jednostavnosti, lakoće primjene i učinkovitosti, pa je to vjerojatno najčešće korišten dizajn u znanstvenim istraživanjima (sasvim sigurno u poljoprivredi, a možda i u nekim drugim znanstvenim područjima). Prijevod izvornog naziva ovog dizajna koji bi obuhvatio njegov puni smisao mogao bi glasiti: **„dizajn sa slučajnim rasporedom tretiranja unutar potpunih blokova**". Radi praktičnosti, umjesto ovog (punog) naziva, u ovoj će se knjizi koristiti uvriježeni naziv **slučajni blokni raspored**.

U slučajnom bloknom rasporedu pojavljuje se samo jedan strukturni element dizajna: potpuni blok ili repeticija. Prostorno određenje repeticija neizbježno je kod postavljanja poljskih pokusa,

pri čemu važnu ulogu imaju oblik i smještaj repeticija. Dva su moguća oblika repeticija, ovisno o tome jesu li pokusne jedinice koje ih tvore posložene u jednom ili više redova. Prednost višerednih repeticija načelno je njihova veća homogenost. U poljskim pokusima, naročito ako se radi o ratarskim (jednogodišnjim) kulturama, ipak dominiraju jednoredne repeticije. Iako njihova dužina negativno utječe na homogenost, s druge strane izvođenje oranja i drugih agrotehničkih zahvata duž repeticija imaju pozitivan utjecaj na njihovu homogenost. Problem koji se tada postavlja određivanje je smjera pružanja repeticija, iako uvijek ne postoji mogućnost takvog odabira. Najčešće na dijelu pokusnog polja koji na raspolaganju za postavljanje pokusa postoji mogućnost izbora između „vodoravnog" i „okomitog" smjera pružanja repeticija. Tada je poželjno repeticije (redove) položiti okomito na smjer promjene vrijednosti dominantnog faktora promjene uvjeta okoliša. Pretpostavka je pravilnog odabira postojanje dominantnog faktora, što je svakako potrebno znati, ili barem predvidjeti prije postavljanja pokusa.

Postojanje repeticija nameće prvo ograničenje pri randomizaciji, jer se tretiranja moraju rasporediti tako da se u svakoj repeticiji sva pojavljuju bar jednom, ali ne i više od jednom. Randomizacija se provodi za svaku repeticiju zasebno, permutiranjem redoslijeda primjene tretiranja na pokusne jedinice. Način randomizacije opisan u primjeru za potpuno slučajan raspored može se primijeniti i za slučajni blokni raspored uz neke bitne izmjene.



Slika 4.1 Shema izrade dizajna pokusa prema slučajnom bloknom rasporedu.

U šešir ili bubanj dovoljno je ubaciti samo po jednu oznaku svakog tretiranja. Izvlačenje se provodi za svaku repeticiju zasebno; nakon dodjele tretiranja svim pokusnim jedinicama unutar jedne repeticije oznake se vraćaju u šešir, a zatim se provodi izvlačenje za iduću repeticiju (Slika 4.1).

Model prema kojem se provodi statistička analiza pokusa postavljenog prema slučajnom bloknom rasporedu jednak je modelu potpuno slučajnog rasporeda (2.13) u koji je dodan učinak repeticija:

$$Y = TRET + REP \qquad (4.1)$$

Primarna je svrha repeticija postizanje lokalne kontrole, odnosno smanjenja pogreške. Do objašnjenja načina na koji se to postiže može se doći i obrnutim putem. Naime, pokus koji je postavljen prema slučajnom bloknom rasporedu može se analizirati i prema reduciranom modelu iz kojeg je izostavljen učinak repeticija, tj. modelu potpuno slučajnog rasporeda. U takvoj analizi izostavljeni učinak apsorbiraju reziduali, odnosno, suma kvadrata reziduala uveća se za izostavljenu sumu kvadrata repeticija (isto vrijedi i za stupnjeve slobode). U analizi prema modelu slučajnog bloknog rasporeda, zbog manje sume kvadrata reziduala, posljedično će biti manja i pogreška usporedbe tretiranja. Na usporedbi pogrešaka dvaju modela temelji se i procjena učinkovitosti uvođenja učinka repeticija, odnosno relativne učinkovitosti slučajnog bloknog rasporeda. Toj je temi posvećeno poglavlje **Učinkovitost dizajna**. Na izdvajanju učinka repeticija iz učinka pogreške temelji se i interpretacija uloge repeticija u ostvarivanju lokalne kontrole. S obzirom na to da pogreška predstavlja učinak faktora koji se nalaze izvan kontrole istraživača, repeticije ili blokovi općenito predstavljaju dio pokusa unutar kojeg je zbirni učinak svih tih faktora relativno ujednačen. Općenito, uvjeti koji vladaju unutar istog bloka trebaju biti što ujednačeniji, ali se između blokova mogu razlikovati. Prema tome, učinak repeticija predstavlja učinak razlika između okolišnih uvjeta u različitim repeticijama. Ta se razlika može procijeniti za to što je sastav svih repeticija isti, jer sadrže sva tretiranja. Radi toga se i učinak repeticija tretira kao fiksni učinak.

Ukoliko se model slučajnog bloknog rasporeda (4.1) usporedi s modelom dvofaktorskog pokusa (3.6), uz sve razlike mogu se uočiti i neke sličnosti između ta dva modela. U oba slučaja radi se o modelu s dvije nezavisne varijable, ali se u modelu slučajnog bloknog rasporeda interpretacije učinaka tih dviju varijabli bitno razlikuju. U dvofaktorskom pokusu obje nezavisne varijable pripadaju strukturi tretiranja, a procjena njihovih učinaka cilj je istraživanja. Model

slučajnog bloknog rasporeda sadrži samo jednu takvu nezavisnu varijablu, a druga pripada strukturi dizajna. Procjena učinka nezavisnih varijabli koje se nalaze u strukturi dizajna, tj. blokova, nije cilj istraživanja nego su one samo „pomoćno sredstvo" koje osigurava bolju procjenu učinaka tretiranja. U statističkom smislu, glavnu razliku između dva modela predstavlja izostavljanje učinka interakcije tretiranja i repeticija u modelu slučajnog bloknog rasporeda. Razlog za to je nepostojanje varijabilnosti, jer se svaka kombinacija tretiranja i repeticija u pokusu pojavljuje samo na jednoj pokusnoj jedinici (što je zadano definicijom repeticija kao potpunih blokova). Iako se učinak interakcije ne može procijeniti, eventualna neaditivnost učinaka tretiranja i repeticija može se ispitati tzv. Tukeyjevim testom s jednim stupnjem slobode za neaditivnost (*one degree of freedom for non-additivity*). Međutim, taj se test vrlo rijetko primjenjuje, a u načelu se pretpostavlja da interakcija između tretiranja i repeticija ne postoji. U skladu s opisanom analogijom između modela slučajnog bloknog rasporeda modela dvofaktorskog pokusa, i procjene suma kvadrata provode se na sličan način. Ukupna suma kvadrata može se izvesti iz izraza (3.7) izostavljanjem trećeg indeksa *k*:

$$SS_{UKUPNO} = \sum_{i=1}^{t}\sum_{j=1}^{r}(y_{ij} - \bar{y}_{..})^2 \qquad (4.2)$$

gdje je *t* broj tretiranja, a *r* broj repeticija. Iz izraza (3.9) i (3.10) mogu se izvesti izrazi za sumu kvadrata tretiranja:

$$SS_T = r\sum_{i=1}^{t}(\bar{y}_{i.} - \bar{y}_{..})^2 \qquad (4.3)$$

i sumu kvadrata repeticija:

$$SS_{REP} = t\sum_{j=1}^{r}\left(\bar{y}_{.j} - \bar{y}_{..}\right)^2 \qquad (4.4)$$

Suma kvadrata reziduala na najjednostavniji se način može procijeniti kao razlika do ukupne sume kvadrata:

$$SS_{ERR} = SS_{UKUPNO} - SS_T - SS_{REP} \qquad (4.5)$$

Primjer 4.1

Sortni pokusi provode se u završnoj fazi nekog oplemenjivačkog programa, s ciljem usporedbe gospodarski važnih svojstava novostvorenih genotipova sa svojstvima standardnih sorata, odnosno sorata koje su najzastupljenije u poljoprivrednoj proizvodnji. Ovaj primjer potječe iz službenih sortnih pokusa na temelju kojih su se donosile preporuke za uvrštavanje novih sorata na sortnu listu Republike Hrvatske. U ovaj je pokus uključeno 15 sorata jarog ječma, od kojih je jedna bila standardna sorta. Pokus je proveden u Osijeku 1998. godine, a bio je postavljen prema slučajnom bloknom rasporedu s četiri repeticije. Dizajn pokusa prikazan je na Slici 4.2; standardna sorta 'Jaran' označena je brojem 1. Podatci o hektolitarskoj masi (kg), važnom svojstvu kvalitete zrna, prikazani su u Tablici 4.1.

I	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
II	2	9	15	6	4	14	13	5	7	12	1	3	10	8	11
III	8	7	4	5	14	1	10	11	3	13	15	12	2	9	6
IV	1	12	10	9	7	13	11	2	15	14	5	3	6	8	4

Slika 4.2 Sortni pokus s 15 sorata jarog ječma postavljen prema slučajnom bloknom rasporedu.

Tablica 4.1 Hektolitarska masa (kg) zrna u pokusu s 15 sorata ječma.

Sorta	I	II	III	IV	$\overline{y}_{i.}$
1	69,80	63,70	64,55	65,40	65,86
2	62,00	60,35	59,50	61,80	60,91
3	66,85	65,40	66,45	64,55	65,81
4	62,65	58,65	63,05	62,45	61,70
5	63,70	60,55	61,60	61,20	61,76
6	63,50	63,50	63,50	61,20	62,93
7	64,10	64,10	63,50	63,70	63,85
8	65,40	62,45	63,70	61,60	63,29
9	62,85	61,80	66,65	63,50	63,70
10	61,60	62,45	62,85	61,40	62,08
11	61,20	58,25	60,75	62,85	60,76
12	64,35	63,70	62,00	64,39	63,61
13	68,55	68,75	65,60	68,10	67,75
14	63,30	62,25	63,50	65,80	63,71
15	60,75	59,30	59,70	62,85	60,65
$\overline{y}_{.j}$	64,04	62,35	63,13	63,39	63,22

Rezultati analize varijance za hektolitarsku masu zrna provedene prema modelu (4.1) prikazani su u Tablici 4.2. Ishod F-testa za sorte ukazuje na to da između sorata postoje značajne razlike u hektolitarskoj masi, pa se mogu provesti višestruke usporedbe svih novih sorata sa standardnom sortom ‚Jaran'. Interpretacija rezultata analize najčešće ne sadrži poseban komentar F-testa za repeticije. Ako je statistički značajan, kao u ovom primjeru, on samo potvrđuje neujednačenost okolišnih uvjeta koji vladaju unutar pokusnog polja. Suprotan ishod ipak ne indicira njihovu potpunu neučinkovitost, jer je njihova osnovna svrha smanjenje pogreške procjena, odnosno pogreške usporedbi na temelju koje se i procjenjuje učinkovitost blokova (o čemu će se raspravljati u poglavlju **Učinkovitost dizajna**).

Tablica 4.2 Analiza varijance za hektolitarsku masu u pokusu s 15 sorata ječma.

Izvori varijabilnosti	*df*	*SS*	*MS*	*F*	*p > F*
Ukupno	59	346,22			
Sorte	14	236,21	16,87	8,06	<0,001
Repeticije	3	22,07	7,36	3,51	0,023
Reziduali	42	87,94	2,09		

S obzirom na to da je zadani cilj usporedba svih preostalih s jednom standardnom sortom, višestruke usporedbe provode se kao Dunnettov test. Najprije se procijeni standardna pogreška razlike:

$$s_D = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}09}{4}} = 1{,}02$$

Tablica 4.3 Višestruke usporedbe novih sorata ječma sa standardnom sortom ‚Jaran'.

Usporedba	*Razlika*	*t*	*p > t*
2 – Jaran	-4,95	-4,84	<0,001
3 – Jaran	-0,05	-0,05	1,000
4 – Jaran	-4,16	-4,07	0,002
5 – Jaran	-4,10	-4,01	0,003
6 – Jaran	-2,94	-2,87	0,059
7 – Jaran	-2,01	-1,97	0,365
8 – Jaran	-2,57	-2,52	0,130
9 – Jaran	-2,16	-2,11	0,285
10 – Jaran	-3,79	-3,70	0,007
11 – Jaran	-5,10	-4,98	<0,001
12 – Jaran	-2,25	-2,20	0,243
13 – Jaran	1,89	1,84	0,442
14 – Jaran	-2,15	-2,10	0,291
15 – Jaran	-5,21	-5,09	<0,001

Razlike u pojedinim usporedbama, njihove t-vrijednosti i pripadajuće korigirane p-vrijednosti prikazane su u Tablici 4.3. Veća hektolitarska masa ukazuje na bolju kvalitetu zrna. Samo jedna razlika ima pozitivan predznak, a budući da ta razlika nije statistički značajna, nijedna od novih sorata nije bolje kvalitete u odnosu na standardnu sortu. Na temelju šest statistički značajnih testova može se zaključiti da su sorte na koje se oni odnose (sorte označene brojevima 2, 4, 5, 10, 11 i 15) slabije kvalitete u odnosu na standard.

4.2 Latinski kvadrat

Matematičkim problemom raspoređivanja n simbola u matricu dimenzija $n \times n$ (tako da se svaki simbol pojavljuje samo jednom u svakom retku i stupcu) bavio se i švicarski matematičar iz 18. stoljeća Leonhard Euler. On je kao simbole koristio latinična slova, pa je njemu u čast ovaj problem nazvan „latinski kvadrat". Za primjenu latinskog kvadrata u dizajnu eksperimenata zalagao se Fisher još 1920-ih godina, što je obilježeno na njegovom matičnom Sveučilištu u Cambridgeu postavljanjem vitraja s motivom latinskog kvadrata preuzetim s naslovnice njegove knjige *The Design of Experiments* (Slika 4.3).

Latinski kvadrat (*latin square* – LS) ne odnosi se nužno samo na prostorni raspored pokusnih jedinica, nego općenito predstavlja rješenje problema raspoređivanja pokusnih jedinica u blokove prema dva različita kriterija. Klasični su primjeri iz literature tjedni i dani (Cochran i Cox, 1957) ili serije sirovog materijala i različiti operateri (Montgomery, 2013). Pri prostornom smještaju poljskih pokusa (kod slučajnog bloknog rasporeda) bilo je važno postaviti repeticije okomito na dominantan trend promjene uvjeta okoliša. U latinskom kvadratu taj problem nestaje jer se repeticije protežu u oba moguća smjera. Dapače, uvjeti okoliša rezultat su djelovanja mnoštva faktora izvan kontrole eksperimentatora, pa je moguće da postoji i više od jednog dominantnog trenda, i da su trendovi izraženi u različitim smjerovima. Broj repeticija u oba smjera u latinskom kvadratu unaprijed je zadan i jednak je broju tretiranja, a ukupan broj pokusnih jedinica jednak je kvadratu broja tretiranja. Radi toga se kod većeg broja tretiranja može pojaviti problem homogenosti repeticija, pa se latinski kvadrat ne primjenjuje kada je broj tretiranja veći od deset.

U latinskom kvadratu nije moguće provesti randomizaciju tretiranja na način koji je korišten u prethodnim primjerima (izvlačenje brojeva). Možemo se umjesto toga poslužiti gotovim rješenjima za različite brojeve tretiranja koja se mogu pronaći u statističkim tablicama.

Slika 4.3 Vitraj s motivom latinskog kvadrata postavljen na koledžu Gonville and Caius 1989. (uklonjen 2020. zbog Fisherove povezanosti s eugenikom) – autor: Schutz, objavljeno prema licenci: https://creativecommons.org/licenses/by-sa/2.5.

Ipak postoji jedan relativno jednostavan način konstrukcije latinskog kvadrata koji se provodi permutiranjem inicijalnog rasporeda. Primjer takvog inicijalnog rasporeda za pet tretiranja prikazan je na Slici 4.4. Početni kvadrat predstavlja sustavni raspored u kojem je pet tretiranja raspoređeno dijagonalno. Permutiranjem redova, pa zatim i stupaca, generira se latinski kvadrat sa slučajnim rasporedom za pet tretiranja.

	I	II	III	IV	V
I	1	2	3	4	5
II	5	1	2	3	4
III	4	5	1	2	3
IV	3	4	5	1	2
V	2	3	4	5	1

Slika 4.4 Inicijalni raspored za generiranje latinskog kvadrata s pet tretiranja.

Najprije je potrebno generirati dva nova (slučajna) redoslijeda redova i stupaca. Za ovaj primjer neka to bude redoslijed 3-5-1-4-2 za redove i 2-4-5-1-3 za stupce. Kada se najprije preslože redovi, pa zatim stupci inicijalnog rasporeda u ovaj redoslijed, dobije se konačni dizajn prikazan na Slici 4.5.

	I	II	III	IV	V
I	5	2	3	4	1
II	3	5	1	2	4
III	2	4	5	1	3
IV	4	1	2	3	5
V	1	3	4	5	2

Slika 4.5 Konačni dizajn latinskog kvadrata s pet tretiranja.

U odnosu na slučajni blokni raspored u latinskom se kvadratu pojavljuje dodatni element u strukturi dizajna. Oba strukturna elementa predstavljaju potpune blokove, koji se sada protežu u dva smjera. Najčešće ih se razlikuje tako da se jedni nazivaju „vodoravnim", a drugi „okomitim" repeticijama, pa se na taj način mogu označiti i njihovi učinci u modelu:

$$Y = TRET + VREP + OREP \qquad (4.6)$$

gdje je *VREP* učinak vodoravnih, a *OREP* učinak okomitih repeticija. Dodatni strukturni element, tj. dodatni učinak u modelu može doprinijeti daljnjem smanjenju pogreške. Ispuštanjem bilo kojeg od dva učinka repeticija, model latinskog kvadrata reducira se na model slučajnog bloknog rasporeda, a usporedbom pogrešaka dvaju modela može se procijeniti relativna učinkovitost vodoravnih ili okomitih repeticija.

U latinskom je kvadratu položaj svake pokusne jedinice definiran s dva indeksa, tj. svaka od njih smještena je u *i*-tom redu i *j*-tom stupcu latinskog kvadrata. Za označavanje tretiranja potreban je i treći indeks *k*, zbog čega izrazi za sume kvadrata postaju relativno složeni, pa će ovdje biti izostavljeni. U analizi varijance pokusa postavljenog prema latinskom kvadratu ukupna suma kvadrata raščlanjuje se prema izrazu:

$$SS_{UKUPNO} = SS_T + SS_{VREP} + SS_{OREP} + SS_{ERR} \qquad (4.7)$$

gdje su SS_{VREP} i SS_{OREP} sume kvadrata vodoravnih i okomitih repeticija.

Primjer 4.2

U još jednom primjeru koji potječe iz službenih sortnih pokusa analizirat će se podatci o urodu pet sorata jare zobi. Pokus je također proveden u Osijeku 1998. godine, a bio je postavljen prema latinskom kvadratu. Dizajn pokusa prikazan je na Slici 4.6, standardna sorta 'Šampionka' označena je brojem 1. Brojevi u gornjem dijelu svake parcele označavaju sorte, a brojevi u donjem dijelu parcele urod sorata izražen u dt/ha. To je uobičajena praksa u sortnim pokusima koji se provode na malim parcelama (za strne je žitarice veličina parcele najčešće 5 m^2). Nakon što se prikupe podatci o masi zrna za svaku parcelu, oni se preračunaju na hipotetski urod koji bi bio ostvaren na površini od jednog hektara.

U statističkoj analizi ovog pokusa primijenit će se model (4.6), u kojem će redovi na Slici 4.6 predstavljati vodoravne, a stupci okomite repeticije (što je sasvim logično, ali ipak treba naglasiti).

	I	II	III	IV	V
I	1 60,56	2 70,89	3 71,19	4 70,24	5 80,86
II	4 70,24	1 50,47	5 56,60	3 56,95	2 85,06
III	2 70,89	5 60,64	4 70,24	1 50,47	3 61,02
IV	5 60,64	3 77,29	1 60,56	2 70,89	4 84,29
V	3 56,95	4 60,21	2 60,76	5 64,68	1 74,69

Slika 4.6 Sortni pokus s pet sorata jare zobi postavljen prema latinskom kvadratu

Rezultati analize varijance prikazani su u Tablici 4.4. Između sorata nema značajnih razlika, što znači da su urodi svih novih sorata na razini standarda (pa nema potrebe za provođenjem višestrukih usporedbi). Kao što je navedeno u prethodnom poglavlju, u interpretaciji rezultata analize varijance najčešće se ne komentiraju ishodi F-testova za repeticije, nego se njihova učinkovitost procjenjuje na temelju smanjenja pogreške usporedbi tretiranja (o čemu će se raspravljati u poglavlju **Učinkovitost dizajna**). Ovdje će grupiranje u blokove u okomitom smjeru očito biti učinkovitije od grupiranja u blokove u vodoravnom smjeru.

Tablica 4.4 Analiza varijance za pokus s pet sorata jare zobi.

Izvori varijabilnosti	*df*	*SS*	*MS*	*F*	*p > F*
Ukupno	24	2211,24			
Sorte	4	526,22	131,56	2,61	0,088
Vodoravne rep.	4	333,75	83,44	1,66	0,224
Okomite rep.	4	747,27	186,82	3,71	0,034
Reziduali	12	604,00	50,33		

5 Dizajni s nepotpunim blokovima

Ukoliko je cilj pokusa ispitati utjecaj velikog broja tretiranja na neko svojstvo, ako se pritom koristi neki dizajn s potpunim blokovima, dimenzije blokova/repeticija toliko će narasti da će moći utjecati na pouzdanost statističke analize. Naime, uloga repeticija kao dijelova pokusa, na temelju čijih se razlika može definirati bar dio varijabilnosti koja nastaje pod utjecajem faktora izvan kontrole eksperimentatora, zasniva se na pretpostavci njihove homogenosti. Što je veći broj osnovnih pokusnih jedinica od kojih se sastoje repeticije, to je sve manje vjerojatno da će uvjeti koji vladaju unutar svake od repeticija biti ujednačeni. Zbog toga rast veličine repeticija može imati za posljedicu i smanjenje njihove učinkovitosti. Zadržavanje homogenosti bloka nužno zahtijeva smanjenje veličine bloka, tako da blokovi više ne sadrže sva tretiranja. I dok su potpuni blokovi isto što i repeticije, nepotpuni su blokovi manji od repeticija.

Za uvođenje i popularizaciju dizajna s nepotpunim blokovima zaslužan je Fisherov suradnik i nasljednik na mjestu voditelja statističkog odjela u Rothamstedu, Frank Yates (na Slici 1.1 u društvu Fishera i Williama G. Cochrana). On je davne 1936. godine objavio članak u kojem definira i opisuje dizajne koje je nazvao simetričnim dizajnima s nepotpunim blokovima, a zasnivali su se na načelu da se svaki par tretiranja mora pojaviti jednaki broj puta u istom bloku. To načelo temelji se na nejednakoj pouzdanosti usporedbe dvaju tretiranja s obzirom na to nalaze li se ili ne nalaze u istom bloku. Naime, uspoređujući dvije pokusne jedinice na kojima su primijenjena različita tretiranja, njihova se razlika može smatrati jednakom razlici učinaka tretiranja, samo ako se nalaze u istom bloku. Ukoliko se uspoređuju pokusne jedinice iz različitih blokova, njihova je razlika uvećana za razliku u uvjetima koji vladaju u različitim blokovima. Stoga je usporedba tretiranja na temelju pokusnih jedinica iz istog bloka pouzdanija, jer je opterećena manjom pogreškom. Umjesto izvornog Yatesovog naziva za dizajne temeljene na ovom načelu kasnije je usvojen i općenito prihvaćen naziv – uravnoteženi dizajni (*balanced incomplete block designs* – BIB).

Dizajni koje je predlagao Yates nikada nisu dosegli učestalost primjene jednaku utjecaju njegovog rada zbog niza razloga. Prvi je razlog proporcionalan rast broja blokova s povećanjem broja tretiranja, što je izravna posljedica primjene načela o jednakom broju pojavljivanja svih parova tretiranja u istom bloku. Za minimalnu veličinu bloka (k = 2), u pokusu s t tretiranja ukupan broj parova tretiranja c procjenjuje se prema izrazu (2.14). Poštivanjem načela o istom broju pojavljivanja svakog para usporedbi u istom bloku, ukupan broj blokova mora

biti višekratnik tog broja. U primjeru koji navodi Yates, za pokus sa šest tretiranja ukupan broj parova usporedbi je:

$$\frac{6 \cdot (6-1)}{2} = 15$$

pa ukupan broj blokova mora biti višekratnik broja 15. Osim problema izvedivosti pokusa tako velikih dimenzija, i sama konstrukcija odnosno randomizacija, izuzetno je zahtjevan i složen postupak. Zaključujući kako konstrukcija dizajna za svaki zadani broj tretiranja *t*, veličine bloka *k* i broja ponavljanja *r* predstavlja problem iz područja kombinatorike bez univerzalnog rješenja, Yates prilaže tablice s rješenjima za određene brojeve *t*, *k* i *r*. Dopunjene dodatnim rješenjima koja su objavljena u nekoliko kasnijih izdanja statističkih tablica Fishera i Yatesa, ti su gotovi dizajni godinama služili kao osnova za praktičnu primjenu dizajna s nepotpunim blokovima. Još je potrebno dodati i to da je treći veliki problem u njihovoj primjeni izvedivost statističke analize. Iako Yates zaključuje kako je metoda koju predlaže samo malo složenija, ipak se ne radi o rutinskom postupku poput uobičajene analize varijance za pokuse s potpunim blokovima.

Tijekom godina različiti su autori konstruirali mnoštvo novih tipova dizajna s nepotpunim blokovima, ali su se oni mogli početi učestalije primjenjivati tek u vremenu široke dostupnosti računala, uz čiju su pomoć konstrukcija dizajna i statistička analiza postali rutinski postupci. Četrdeset godina nakon Yatesovih uravnoteženih dizajna, Patterson i Williams (1976) kreiraju alfa dizajn, koji je moguće konstruirati na relativno jednostavan način i za bilo koji broj tretiranja. Taj će dizajn biti predstavljen u idućem potpoglavlju.

Skupovi podataka nastali u pokusu koji je postavljen prema dizajnu s nepotpunim blokovima moraju biti neuravnoteženi, jer se svako tretiranje ne može pojaviti u svakom bloku. Zbog toga provođenje statističke analize postaje vrlo zahtjevan zadatak, koji mora uključivati rješenja za nekoliko manje ili više kompleksnih problema. Prvi problem predstavljaju procjene učinaka tretiranja koje se više ne mogu temeljiti samo na aritmetičkim sredinama. Takve bi procjene bile pristrane, za što postoji jednostavno objašnjenje: učinak tretiranja bio bi precijenjen za ona tretiranja koja se pojavljuju u „boljim" blokovima, a podcijenjen za ona tretiranja koja se pojavljuju u „lošijim" blokovima. Zbog toga se u analizi koriste procjene koje se temelje na modelu (detaljnije objašnjenje se može pronaći u dodatku **„Procijenjeni rubni prosjeci"** na kraju knjige), a koje se nazivaju „prosjeci dobiveni metodom najmanjih kvadrata" (*least*

square means) ili „procijenjeni rubni prosjeci" (*estimated marginal means*). Drugi su problem usporedbe tretiranja koje bi se u načelu, za svaki par tretiranja (zbog veće pouzdanosti) trebale provoditi samo unutar blokova. Pri tome postoji rizik od gubljenja dijela informacija koje bi se mogle dobiti usporedbom tretiranja iz različitih blokova. Taj se problem rješava primjenom postupka kojim se objedinjuju obje vrste informacija (usporedbe unutar i između blokova), poznatim pod nazivom „nadoknada informacija o usporedbama između blokova" (*recovery of inter-block information*). Objedinjavanje usporedbi unutar i između blokova stvara problem procjene pogreške usporedbi, jer su ta dva tipa usporedbi opterećena različitim pogreškama. Usporedbe unutar blokova pouzdanije su jer su opterećene manjom pogreškom, a pogreška usporedbi između blokova uvećana je za varijancu blokova. Prema tome, što se više puta par tretiranja pojavi u istom bloku, to će i pogreška njihove usporedbe biti manja. Također je potrebno (zbog navedenih razloga) korigirati i procjene suma kvadrata za fiksne učinke.

5.1 Alfa dizajn

Popularnost alfa dizajna temelji se na relativno jednostavnom načinu konstrukcije, primjenom metode cikličke supstitucije (koja će biti objašnjena na jednom primjeru). Osim toga, alfa dizajn predstavlja rješivi dizajn, jer je u njemu raspodjela tretiranja po nepotpunim blokovima provedena na taj način da su nepotpuni blokovi posloženi tako da tvore kompletne repeticije. Pojednostavnjeno, alfa dizajn izgleda kao slučajni blokni raspored čije su repeticije podijeljene na određeni broj nepotpunih blokova, pa za alfa dizajn općenito vrijedi pravilo da je broj tretiranja t jednak produktu veličine bloka k i broja blokova unutar repeticije s, odnosno $t = k \cdot s$. Radi objašnjenja metode konstrukcije alfa dizajna (Williams i sur., 2002), pretpostavimo da je potrebno konstruirati dizajn s tri repeticije ($r = 3$) i veličinom bloka $k = 5$ za 20 tretiranja. Broj će blokova u svakoj repeticiji pretpostavljenog dizajna biti $s = 20 / 5 = 4$. Najprije je potrebno generirati tvorbenu matricu čije dimenzije odgovaraju broju repeticija (r) i veličini blokova (k), čiji su elementi slučajno odabrani brojevi u rasponu od 0 do ($s - 1$). U ovom se primjeru tvorbena matrica dimenzija 3 × 5 popunjava slučajno odabranim brojevima 0, 1, 2 i 3; pa bi takva matrica mogla izgledati ovako:

0	0	0	0	0
2	3	3	2	1
1	3	0	1	2

Zatim se „šifre“ tretiranja (brojevi od 1 do 20) podijele u onoliko grupa koliko ima blokova (u ovom slučaju 4), tako da su u prvoj grupi brojevi od 1–5, u drugoj od 6–10, itd. Brojevi u prvom redu tvorbene matrice određuju broj mjesta za koje se ciklički pomiču šifre unutar svake grupe u prvoj repeticiji. Prvi red tvorbene matrice sastoji se od nula, pa se u prvoj repeticiji šiframa u svim grupama ne mijenja redoslijed. Prva se grupa inicijalno smješta na prve parcele u blokovima, druga na druge, itd. Drugi red tvorbene matrice definira raspored tretiranja u drugoj repeticiji. Prvi je element drugog reda tvorbene matrice 2, pa se u prvi blok umjesto šifre 1 smješta šifra 3; zatim se redom u drugi blok smješta šifra 4, u treći šifra 1, a u četvrti šifra 2. Idući je element drugog reda tvorbene matrice 3, pa se šifre iz grupe 6–10 smještaju na druga mjesta blokova pomicanjem za tri mjesta. Na isti se način nastavlja popunjavanje ostatka druge repeticije, a u trećoj se repeticiji šifre u grupama pomiču za broj mjesta zadan trećim redom inicijalne matrice. Na taj se način konstruira „radni" dizajn prikazan na Slici 5.1.

Repeticije											
I				II				III			
Blokovi											
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
1	2	3	4	3	4	1	2	2	3	4	1
5	6	7	8	8	5	6	7	8	5	6	7
9	10	11	12	12	9	10	11	9	10	11	12
13	14	15	16	15	16	13	14	14	15	16	13
17	18	19	20	18	19	20	17	19	20	17	18

Slika 5.1 Primjer „radnog" alfa dizajna.

Iz „radnog" se dizajna konačni dizajn generira randomiziranjem: a) redoslijeda repeticija, b) redoslijeda blokova unutar repeticija, c) redoslijeda parcela unutar bloka i d) dodjele tretiranja „šiframa". Alternativni način konstrukcije (John i Williams, 1995) prikazan je u dodatku **Alternativni način konstrukcije alfa dizajna** na kraju knjige.

Ukoliko bi se striktno primjenjivalo opće pravilo $t = k \cdot s$, ne bi bilo moguće konstruirati alfa dizajn kada je broj tretiranja prim broj, jer bi tada vrijednosti k i s morale biti jednake jedan, odnosno t. U takvim je slučajevima ipak moguće primijeniti alfa dizajn, ali s različitim veličinama blokova k i $(k - 1)$. Dizajn se tada može konstruirati tako da se broj tretiranja poveća na neki pogodan broj, generira alfa dizajn, pa se iz gotovog dizajna izbace suvišna tretiranja. Alfa

dizajni nisu uravnoteženi, jer se parovi usporedbi u njima pojavljuju nijednom, jednom ili dva-put u istom bloku. Za određene vrijednosti *t*, *k* i *s* postoji niz mogućih rješenja dizajna. Ta se rješenja međusobno razlikuju po svojoj učinkovitosti, koja se povećava smanjenjem broja parova usporedbi koji se nikad ne pojavljuju zajedno u istom bloku. U svrhu traženja optimalnog rješenja razvijen je niz računalnih programa, od kojih su neki specijalizirani za dizajn pokusa, a drugi sastavni dio programa za statističku analizu podataka. Također, ono što općenito vrijedi za oblik repeticija, vrijedi i u ovom slučaju – nepotpuni blokovi od kojih je sastavljena repeticija mogu biti posloženi na dva načina: jedan do drugog tako da tvore niz (red) osnovnih parcela ili jedan ispod drugog tako da tvore pravokutnik.

Osnovna je razlika između potpunih i nepotpunih blokova u statističkoj analizi u tome što se učinci potpunih blokova tretiraju kao fiksni, a onih nepotpunih kao slučajni učinci. Naime, uspoređujemo li dva potpuna bloka, kako svaki od njih sadrži sva tretiranja, razlika njihovih prosječnih vrijednosti u potpunosti je odraz razlike u uvjetima koji u njima vladaju. Isto ne vrijedi i za dva nepotpuna bloka, jer je njihova razlika uvećana za razliku u učincima tretiranja koja sadrže. Zbog toga nas ne zanimaju prosječne vrijednosti nepotpunih blokova nego njihove varijance. Osim toga, u alfa dizajnu nepotpuni su blokovi ugniježđeni unutar repeticija, te njihova varijanca služi za korekciju pogreške usporedbe dvaju tretiranja koja su primijenjena u različitim blokovima. Model za statističku analizu alfa dizajna mješoviti je model koji sadrži fiksne učinke tretiranja i repeticija (potpunih blokova) i slučajne učinke nepotpunih blokova ugniježđenih unutar repeticija:

$$Y = TRET + REP :: REP \cdot BLOK \qquad (5.1)$$

Dvostruka dvotočka razdvaja slučajni učinak blokova od fiksnih učinaka tretiranja i repeticija.

Primjer 5.1

Sortni pokusi provedeni 2001. godine uključivali su 19 novih hibrida suncokreta koji su uspoređivani sa standardom (označenim brojem 1). Pokus koji je proveden u Osijeku bio je postavljen prema alfa dizajnu s četiri repeticije sastavljene od četiri nepotpuna bloka s pet osnovnih parcela u bloku (Slika 5.2). To je bio jedan u nizu pokusa koji su analizirani u istraživanju učinkovitosti alfa dizajna u sortnim pokusima (Gunjača i sur., 2005). Svojstvo koje je analizirano u ovom primjeru urod je zrna (dt/ha); podatci su priloženi u dodatku **Podatci za Primjer 5.1**.

	Repeticije (potpuni blokovi)																			
	I					II					III					IV				
Blokovi (nepotpuni) 1	19	2	18	7	12	8	16	4	12	3	18	14	5	15	16	5	20	15	7	14
2	14	15	3	16	4	6	11	18	2	1	13	7	3	12	6	2	17	11	18	6
3	5	10	11	9	1	7	20	9	14	15	2	1	10	20	17	1	8	4	12	3
4	20	6	17	13	8	19	10	5	17	13	19	11	8	9	4	16	13	19	10	9

Slika 5.2 Alfa dizajn sortnog pokusa sa suncokretom.

Tablica analize varijance, odnosno testovi za fiksne učinke prikazani su u Tablici 5.1. Stupnjevi slobode nazivnika procijenjeni su Satterthwaiteovom metodom. Statistički značajan F-test ukazuje na postojanje razlika u urodu zrna između ispitivanih 20 sorata suncokreta.

Tablica 5.1 Testovi za fiksne učinke u analizi uroda hibrida suncokreta.

Fiksni učinci	*SS*	*MS*	*df*		*F*	*p > F*
			brojnik	nazivnik		
Hibridi	1194,3	62,86	19	47,47	10,07	<0,001
Repeticije	11,4	3,80	3	10,49	0,61	0,624

Varijanca slučajnog učinka nepotpunih blokova malo je veća od varijance reziduala (Tablica 5.2), što je nagovještaj da je uvrštavanje učinka blokova povećalo učinkovitost analize. Reducirani model na temelju kojeg će se procijeniti relativna učinkovitost analize model je slučajnog bloknog rasporeda, jer je upravo to model koji nastaje ispuštanjem učinka nepotpunih blokova. AIC punog modela je 371,65, a AIC reduciranog modela 385,31; što znači da je model alfa dizajna u ovom primjeru pogodniji od modela slučajnog bloknog rasporeda (za AIC vrijedi načelo „manje je bolje"). Veću učinkovitost modela alfa dizajna potvrđuje i test omjera vjerodostojnosti (LRT); vrijednost λ jednaka je 15,67, a vjerojatnost dobivanja veće vrijednosti u χ^2 distribuciji s jednim stupnjem slobode $p < 0,001$. Sve navedeno pruža osnovu za posteriorni zaključak da je pri postavljanju ovog pokusa bilo nužno primijeniti alfa dizajn zbog velike heterogenosti osnovnih parcela unutar repeticija, zbog čega bi učinkovitost slučajnog bloknog rasporeda bila relativno slaba.

Tablica 5.2 Varijance slučajnih učinaka u analizi uroda suncokreta.

Slučajni učinci	Varijanca
Blokovi unutar repeticija	7,466
Reziduali	6,243

Tablica 5.3 Višestruke usporedbe novih hibrida suncokreta sa standardom.

Usporedba	Razlika	s_D	*df*	*t*	*p > t*
2 – std.	0,21	1,87	47,06	0,11	1,000
3 – std.	7,11	1,95	49,64	3,65	0,009
4 – std.	5,25	1,94	49,41	2,70	0,104
5 – std.	8,46	1,93	48,68	4,39	0,001
6 – std.	6,83	1,91	47,80	3,58	0,012
7 – std.	2,73	1,98	49,62	1,38	0,841
8 – std.	5,94	1,92	48,51	3,09	0,042
9 – std.	7,73	1,92	48,24	4,03	0,003
10 – std.	-3,19	1,87	47,43	-1,70	0,615
11 – std.	1,15	1,86	46,64	0,62	1,000
12 – std.	6,96	1,93	48,85	3,60	0,010
13 – std.	-0,88	1,96	48,94	-0,45	1,000
14 – std.	9,12	2,01	51,04	4,53	0,001
15 – std.	6,88	2,01	51,04	3,42	0,017
16 – std.	-1,41	1,98	49,88	-0,71	1,000
17 – std.	10,55	1,91	47,79	5,53	0,000
18 – std.	6,57	1,91	47,93	3,43	0,017
19 – std.	10,61	1,96	48,68	5,42	0,000
20 – std.	5,83	1,93	48,65	3,03	0,049

Višestruke usporedbe novih hibrida suncokreta sa standardom prikazane su u Tablici 5.3. Stupnjevi slobode procijenjeni su Satterthwaiteovom metodom, a prikazane p-vrijednosti korigirane su Dunnettovom metodom. Najveće su standardne pogreške razlike u usporedbama hibrida 14 i 15 sa standardom, a ta se dva hibrida nikada ne pojavljuju u istom nepotpunom bloku sa standardom. Najmanje su pogreške u usporedbama za hibride 2, 10 i 11 koji se dva-

put pojavljuju u istom bloku sa standardom (Slika 5.2). U tablici su posebno označeni statistički značajni testovi, na temelju kojih se za dvanaest hibrida može reći da su ostvarili veći urod u odnosu na standard.

5.2 Latinizacija

U načelu se konstrukcija alfa dizajna provodi bez ograničenja pri raspoređivanju tretiranja u susjednim blokovima iz dviju različitih repeticija. Zbog toga se u njima često mogu pojaviti ista tretiranja, kao što se dogodilo u primjeru za alfa dizajn – pokusu sa suncokretom (Slika 5.2). Za primjer mogu se uzeti prvi blokovi svake od četiri repeticije. Blokovi su u ovom primjeru smješteni tako da tvore kontinuirani niz parcela koji se proteže kroz sve repeticije, koji možemo shvatiti i kao jedan jedinstveni dugi blok. Možemo li i takav blok koristiti kao strukturni element dizajna čiji bi se učinak mogao procijeniti uvrštavanjem u model za statističku analizu? U načelu da, ali je negativna osobina „dugog" bloka u navedenom primjeru dvostruko pojavljivanje nekih sorata (npr. sorte 5, 12, 14, 16 i 18). Nadalje, kako konstrukcija alfa dizajna ne ovisi o izboru oblika repeticija, ona se izvodi jednako za dizajne s rednim i pravokutnim oblikom repeticija. Zbog toga se u dizajnima s rednim repeticijama može dogoditi da se ista tretiranja pojave na susjednim pokusnim jedinicama koje se nalaze u dvije različite repeticije. Izbjegavanje, odnosno reduciranje pojavljivanja tretiranja više od jednom unutar dugih blokova (ili na susjednim parcelama kod varijante s rednim repeticijama), postiže se uvođenjem takvog ograničenja tijekom randomizacije, odnosno primjenom postupka „latinizacije". Broj pokusnih jedinica u dugim blokovima, ovisno o broju repeticija i veličini blokova, može biti jednak ili je približno jednak broju tretiranja. Radi toga se dugi blokovi tretiraju kao fiksni efekt (*DBLOK*), pa model za statističku analizu latiniziranog alfa dizajna izgleda ovako:

$$Y = TRET + REP + DBLOK::REP \cdot BLOK \qquad (5.2)$$

5.3 Redno-stupčani dizajn

Naziv latinizacija asocira na latinski kvadrat (od kojeg je i izveden), ali se dizajn u kojem se baš nepotpuni blokovi prostiru u dva različita smjera naziva redno-stupčani dizajn (*row-column design*). Taj se dizajn može izvesti iz ranije opisanih dizajna s nepotpunim blokovima na isti

način kao što se i slučajni blokni raspored, s jednodimenzionalnim ograničenjem randomizacije, dodavanjem repeticija u drugom smjeru transformira u dvodimenzionalni latinski kvadrat. Naime, u dizajnima s nepotpunim blokovima i pravokutnim oblikom repeticija, položaj svake pokusne jedinice možemo definirati pripadnošću „redu" i „stupcu" unutar kojeg se nalazi. Raspored je tretiranja optimiziran samo za redove (ili samo za stupce), jer se učestalost pojavljivanja parova usporedbi nastoji uravnotežiti unutar blokova koji se pružaju u samo jednoj od dimenzija. Dopustimo li blokovima da se protežu u obje dimenzije, jednodimenzionalni dizajn s nepotpunim blokovima postat će redno-stupčani dizajn, analogno sličnoj transformaciji kod dizajna s potpunim blokovima. Kao osnova za konstrukciju ovakvog dizajna također se može koristiti alfa dizajn, pri čemu se optimizacija može provoditi istovremeno u obje dimenzije, ili odvojeno u dvije faze. Strukturni su elementi ovog dizajna potpuni blokovi odnosno repeticije, koje se sastoje od nepotpunih blokova u obliku redova i/ili stupaca koji su ugniježđeni u potpunim blokovima.

U odnosu na alfa dizajn, model za statističku analizu pokusa postavljenih prema redno-stupčanom dizajnu umjesto jednog sadrži dva učinka nepotpunih blokova:

$$Y = TRET + REP :: REP \cdot RBLOK + REP \cdot SBLOK \qquad (5.3)$$

Oba slučajna učinka služe za korekciju pogreške usporedbe dvaju tretiranja koja su primijenjena u različitim blokovima, odnosno različitim redovima (*RBLOK*) i različitim stupcima (*SBLOK*). Redno-stupčani dizajn također se može latinizirati, pa model za statističku analizu sadrži dodatni učinak dugih blokova:

$$Y = TRET + REP + DBLOK :: REP \cdot RBLOK + REP \cdot SBLOK \qquad (5.4)$$

Primjer 5.2

Istraživanje svojstava inbred-linija i hibrida kukuruza u različitim okolišnim uvjetima provedeno je u suradnji Bc Instituta i Agronomskog fakulteta. Za ovaj primjer izdvojen je jedan od pokusa s 20 inbred-linija, koji su postavljeni na četiri različite lokacije tijekom nekoliko uzastopnih godina. Dizajn pokusa bio je latinizirani redno-stupčani dizajn, u kojem su osnovne parcele u svakoj od četiri repeticije posložene u pet redova i četiri stupca, a četiri su se latinizirana stupca protezala duž svih repeticija. U ovom primjeru analizirat će se podatci o sadržaju

vlage u zrnu (%) iz pokusa postavljenog u Botincu 2009. godine. Na Slici 5.3 prikazan je dizajn pokusa, a u dodatku **Podatci za Primjer 5.2** podatci o sadržaju vlage u zrnu.

Repeticije (potpuni blokovi)	Redovi	Nepotpuni blokovi: Stupci 1	2	3	4
I	1	4	13	8	1
	2	15	10	2	16
	3	7	14	20	6
	4	12	9	18	17
	5	11	19	3	5
II	1	16	12	4	19
	2	2	5	13	20
	3	3	7	10	9
	4	1	6	11	18
	5	14	8	17	15
III	1	10	20	1	12
	2	6	3	15	13
	3	19	17	7	2
	4	8	16	9	11
	5	18	4	5	14
IV	1	13	18	16	7
	2	5	11	14	10
	3	20	1	19	8
	4	17	15	12	3
	5	9	2	6	4

Slika 5.3 Redno-stupčani dizajn pokusa s inbred-linijama kukuruza.

Zbog brojnosti strukturnih elemenata u ovom složenom dizajnu poželjno je, (ukoliko je to moguće), neke učinke izostaviti iz modela (prema načelu štedljivosti). Statistička analiza započinje primjenom punog modela i rezultira testovima za fiksne učinke prikazanima u Tablici 5.4.

Jedini kandidat za eventualno ispuštanje iz modela učinak je dugih stupaca, ali (kako je već navedeno) jedini kriterij za učinkovitost elemenata strukture dizajna nije F-test. Prije konačne odluke potrebno je razmotriti i slučajne učinke.

Tablica 5.4 Testovi za fiksne učinke u analizi vlage u zrnu inbred-linija kukuruza (puni model).

Fiksni učinci	*SS*	*MS*	*df*		*F*	*p > F*
			brojnik	nazivnik		
Inbred-linije	98,33	5,18	19	40,81	8,15	<0,001
Repeticije	9,53	3,18	3	10,59	5,00	0,021
Dugi stupci	1,68	0,56	3	4,02	0,88	0,521

Varijance slučajnih učinaka prikazane su u Tablici 5.5. Varijanca (nepotpunih) stupaca ima relativno malu vrijednost, a varijanca redova vrlo je blizu vrijednosti varijance reziduala. Na temelju ishoda testova omjera vjerodostojnosti učinak stupaca može se zadržati u modelu (p = 0,007), a učinak redova izostaviti (p = 0,611). Zatim se provodi analiza prema reduciranom modelu u kojem je učinak redova jedini slučajni učinak.

Tablica 5.5 Varijance slučajnih učinaka u analizi uroda inbred-linija kukuruza (puni model).

Slučajni učinci	Varijanca
Redovi unutar repeticija	0,46
Stupci unutar repeticija	0,07
Reziduali	0,63

Rezultati analize prema reduciranom modelu vrlo se malo razlikuju od rezultata analize prema punom modelu prikazanima u dvije prethodne tablice (pa nisu ni prikazani). Učinkovitost reduciranog modela s jednim parametrom manje vrlo je slična učinkovitosti punog modela. Za provjeru opravdanosti uključivanja učinka dugih stupaca potrebno je ponovno provesti analizu prema trećem modelu iz kojega je izostavljen taj učinak, te ga usporediti s prethodnim modelom. Kako je za oba modela korištena metoda ograničene najveće vjerodostojnosti (REML), nije moguća njihova izravna usporedba jer ne sadrže iste fiksne učinke. U tom se slučaju u nekim statističkim programima primjenjuje rješenje koje se temelji na ponavljanju analize primjenom metode ML (umjesto REML-a), a nakon toga se provodi test omjera vjerodostoj-

nosti. Kada bi se to rješenje primijenilo u ovom primjeru, test ne bi bio statistički značajan (p = 0,138), što bi sugeriralo mogućnost ispuštanja učinka dugih stupaca (jer ne postoji razlika između učinkovitosti modela s i bez tog učinka). U analizi prema odabranom modelu ishod F-testova za inbred-linije i repeticije (Tablica 5.6) isti je kao i u punom modelu (bez obzira na različite F-vrijednosti).

Tablica 5.6 Testovi za fiksne učinke u analizi uroda inbred-linija kukuruza (reducirani model).

Fiksni učinci	*SS*	*MS*	*df*		*F*	*p > F*
			brojnik	nazivnik		
Inbred-linije	110,57	5,82	19	46,91	8,35	<0,001
Repeticije	11,95	5,82	3	12,75	5,71	0,010

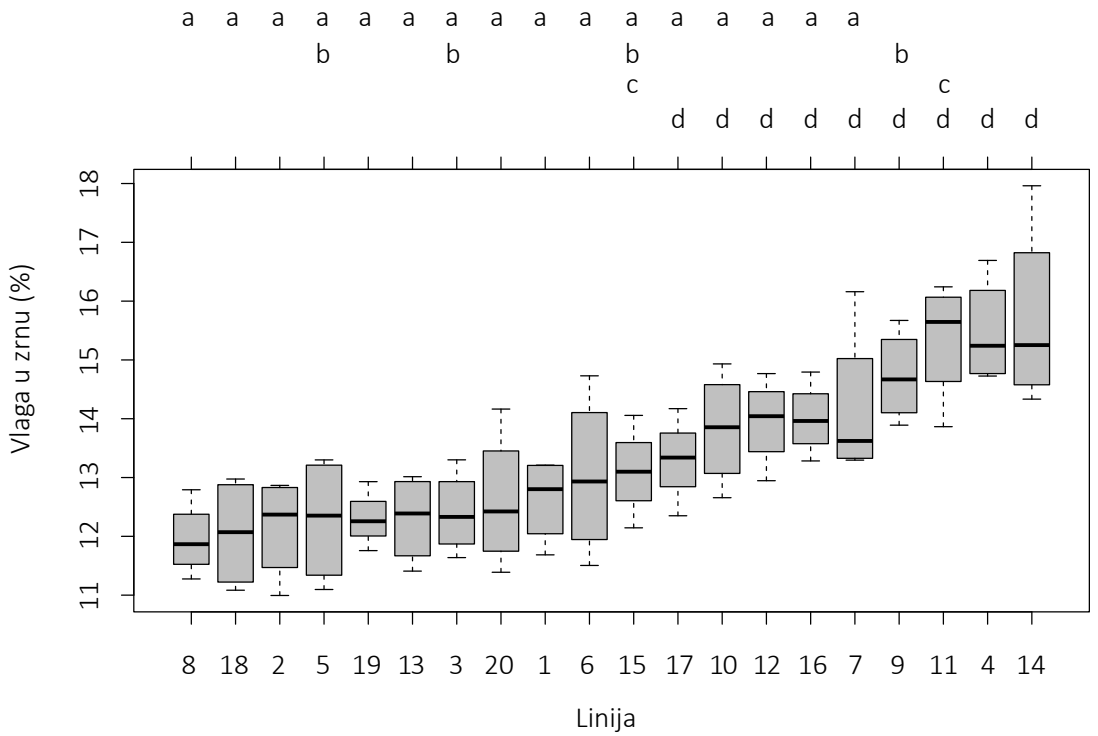
Odnos varijanci dvaju preostalih slučajnih učinaka također se nije bitno mijenjao (Tablica 5.7). Opravdanost uključivanja učinka stupaca može se provjeriti i testom omjera vjerodostojnosti. Test za λ = 6,90 s jednim stupnjem slobode statistički je značajan (p = 0,009), pa je uključivanje učinka redova opravdano.

Tablica 5.7 Varijance slučajnih učinaka u analizi uroda inbred-linija kukuruza (reducirani model).

Slučajni učinci	Varijanca
Redovi unutar repeticija	0,44
Reziduali	0,70

Višestruke usporedbe uroda inbred-linija kukuruza mogu se provesti uz primjenu Bonferronijeve korekcije. Na grafičkom prikazu usporedbi (Slika 5.4) vidljiv je vrlo kompleksan obrazac odnosa između linija, u kojem se na jednom kraju poretka nalaze linije 4 i 14 s najvećim sadržajem vlage u zrnu, a deset od dvadeset linija ima relativno nizak sadržaj vlage u zrnu (linije označene slovom „a" ili slovima „a" i „b"). Na grafikonu se mogu uočiti i neke prividne nelogičnosti, za koje uvijek postoji racionalno objašnjenje. Jedan je takav primjer i odnos linija 5, 6 i 9: procijenjeni sadržaj vlage za liniju 9 značajno je veći od sadržaja vlage za linije 6, ali ne i od sadržaja vlage linije 5. Iako je distribucija sadržaja vlage za liniju 5 smještena „niže" od distribucije za liniju 6, obje linije imaju isti procijenjeni sadržaj vlage – 12,6 % (jer su procjene korigirane na učinak blokova). Pogreška usporedbe linija 5 i 9 veća je od pogreške usporedbe

linija 6 i 9, pa je posljedično razlika u sadržaju vlage između linija 5 i 9 značajna, a razlika između linija 6 i 9 nije značajna.



Slika 5.4 Višestruke usporedbe inbred-linija kukuruza.

6 Dizajni s razdijeljenim parcelama

U prethodnim poglavljima predstavljeni su dizajni kod kojih, bez obzira na kompleksnost, struktura dizajna uvijek ostaje neovisna o strukturi tretiranja. U svim su primjerima odabrani isključivo jednofaktorski pokusi, pa je struktura tretiranja svedena na jedan jedinstveni efekt, a svrha primjera bila je objašnjenje funkcioniranja onih učinaka u modelima koji su predstavljali strukturalne elemente dizajna. Svi opisani dizajni (uz određena ograničenja) mogu se koristiti i za postavljanje višefaktorskih pokusa, pri čemu se svakoj pokusnoj jedinici dodjeljuje tretiranje koje predstavlja jednu od kombinacija razina faktora. Struktura tretiranja i struktura dizajna ne moraju uvijek biti potpuno neovisne, pa je ovo poglavlje posvećeno dizajnima u kojima se te dvije strukture isprepliću.

Osnovna ideja dizajna s razdijeljenim parcelama primjena je razina svakog od faktora (kojih može biti dva ili više) na pokusnim jedinicama različitih veličina. Razlozi zbog kojih se javlja potreba za postavljanjem pokusa na ovaj način, u poljoprivredi se najčešće svode na nemogućnost izvođenja određenih agrotehničkih zahvata na parcelama relativno male površine. Zbog toga se takvi zahvati provode na parcelama zadane veličine (širinom prohoda strojeva, načinom postavljanja sustava za navodnjavanje, itd.), a te se parcele onda dijele na manje, na kojima se primjenjuju razine drugog ili drugih faktora. Najjednostavniji je dizajn s razdijeljenim parcelama *split-plot*, dvofaktorski plan pokusa čiji se engleski naziv doslovno može prevesti kao „razdijeljena parcela" (*split* – dijeliti, *plot* – parcela). Iako nije koristio naziv *split-plot*, prvi pokus postavljen na taj način opisao je Fisher (1925).

6.1 Split-plot

Ovaj specifični plan za dvofaktorske pokuse, osim pokusnih jedinica – osnovnih parcela koje se pojavljuju u dvije veličine, sadrži i potpune blokove (repeticije) kao drugi strukturalni element dizajna. Svaka je repeticija strukturirana tako da se sastoji od onoliko osnovnih parcela koliko prvi ili glavni faktor ima razina. Veće se osnovne parcele zatim dijele na onoliko manjih parcela koliko drugi faktor (podfaktor) ima razina. Velike ili glavne parcele (*whole plots* ili *main plots*) tretiraju se jednom razinom glavnog faktora u cijelosti, što znači da se i sve male ili podparcele (*subplots*) u njihovom sklopu tretiraju istom razinom glavnog faktora. Podparcele se, međutim, tretiraju različitim razinama podfaktora, a zbog toga i različitim kombinacijama razina dvaju

faktora. Randomizacija se provodi za svaki faktor, odnosno za svaku veličinu parcele neovisno, a može se provesti na već opisan način kao kod slučajnog bloknog rasporeda.
Podatci koji se analiziraju prikupljeni su s dvije različite veličine parcela, pa se u modelu pojavljuju dvije različite pogreške. Prva se pogreška odnosi na glavne parcele i služi za analizu glavnog faktora, a druga na podparcele i služi za analizu podfaktora i interakcije. Čitav se postupak nekada provodio i bez uporabe računala, kao klasična analiza varijance s testovima definiranim na temelju očekivanih vrijednosti prosječnih kvadrata. Na taj se način analiza provodila u dvije faze – najprije su se analizirali podatci koji se odnose na glavne parcele, a zatim podatci koji se odnose na podparcele. U kontekstu primjene mješovitih modela potrebno je definirati pogrešku glavnih parcela kao poseban učinak, dok je u njemu automatski sadržana pogreška podparcela. Pogreška glavnih parcela definira se kao interakcija glavnog faktora i repeticija, pri čemu koristimo načelo prema kojem se interakcija tretiranja i repeticija zanemaruje. Dakle, taj učinak ne interpretiramo kao interakciju, već ga tretiramo kao slučajni učinak koji se koristi kao pogreška za testiranje učinka glavnog faktora. Analiza pokusa postavljenog prema split-plotu provodi se prema modelu:

$$Y = GF + REP + PF + GF \cdot PF :: GF \cdot REP \qquad (6.1)$$

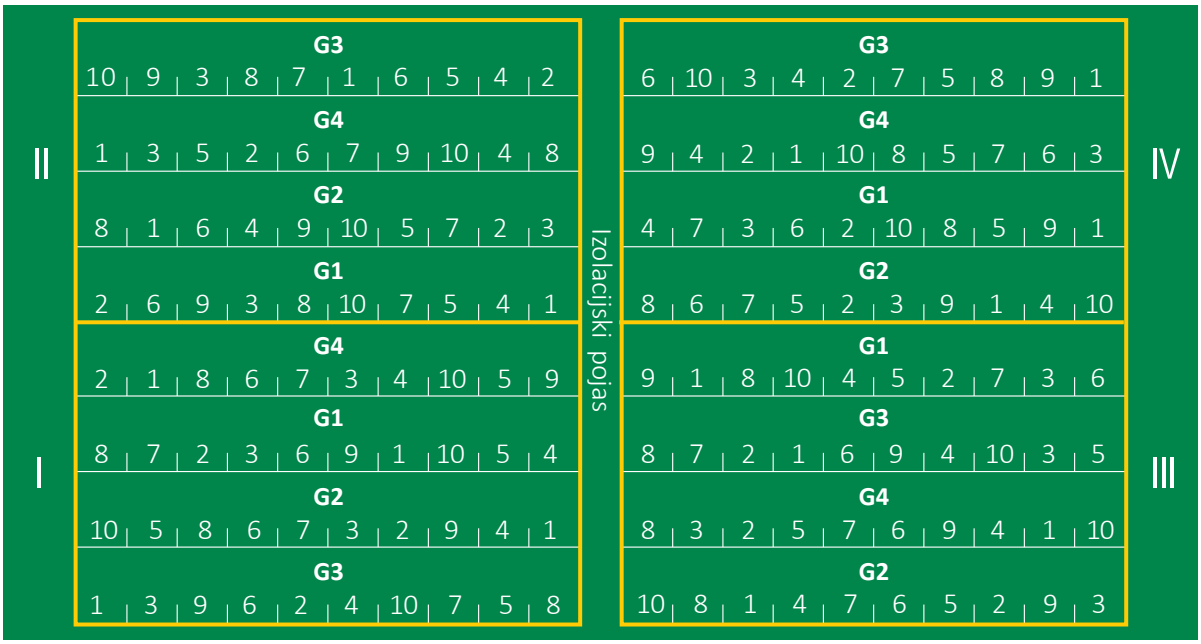
gdje je *GF* učinak glavnog faktora, a *PF* učinak podfaktora. Korištenje različitih pogrešaka u analizi varijance uzrok je i vrlo kompleksnog načina na koji se provode višestruke usporedbe. To se nužno ne odnosi na usporedbe razina oba faktora, za koje se pogreške usporedbi procjenjuju na standardan način opisan u poglavlju **Višefaktorski pokusi**, ali na temelju pripadajućih pogrešaka. Kada se provode višestruke usporedbe za interakciju, način na koji se to radi ovisi o tome uspoređuju li se kombinacije s istim ili različitim razinama glavnog faktora. Za kombinacije s istim razinama glavnog faktora te se usporedbe također provode na već opisan način. Najveći problem predstavljaju usporedbe kombinacija s različitim razinama glavnog faktora koje se temelje na izvedenoj kompleksnoj pogrešci uz primjenu neke od metoda aproksimacije stupnjeva slobode.

Primjer 6.1

Za potrebe istraživanja utjecaja gnojidbe dušikom na gospodarska svojstva jare zobi, na pokusnom je polju Bc Instituta (Slika 6.1) proveden pokus tijekom 2014. godine (Bukan i sur. 2015). Gnojidba dušikom predstavljala je glavni faktor, čije su razine bila četiri doze dušičnih gnojiva na shemi pokusa označene s G1, G2, G3 i G4 (Slika 6.2). Te su doze bile, redom: 83, 124,

133 i 151 kg dušika po hektaru (preračunato). Podfaktor su predstavljale sorte: osam sorata pljevičastog i dvije sorte golog zrna. Pri postavljanju pokusa naročita je pozornost pridana izbjegavanju rubnog efekta, odnosno utjecaja tretiranja gnojivom na susjedne parcele. Osim izolacijskog pojasa postavljenog između repeticija napravljeni su i širi prohodi između glavnih parcela, vidljivi na Slici 6.1. Pored lakše provedbe gnojenja na većim je parcelama izbjegavanje rubnog efekta upravo i glavni razlog za primjenu *split-plota*. Naime, ukoliko bi se na svakoj podparceli primjenjivala drugačija gnojidba, razmak među njima morao bi se povećati pa bi pokus zauzimao puno veću površinu (od koje bi veliki dio bio potpuno prazan).

Slika 6.1 Pokus s jarom zobi na pokusnom polju Bc Instituta.



Slika 6.2 Dizajn pokusa s gnojidbom jare zobi.

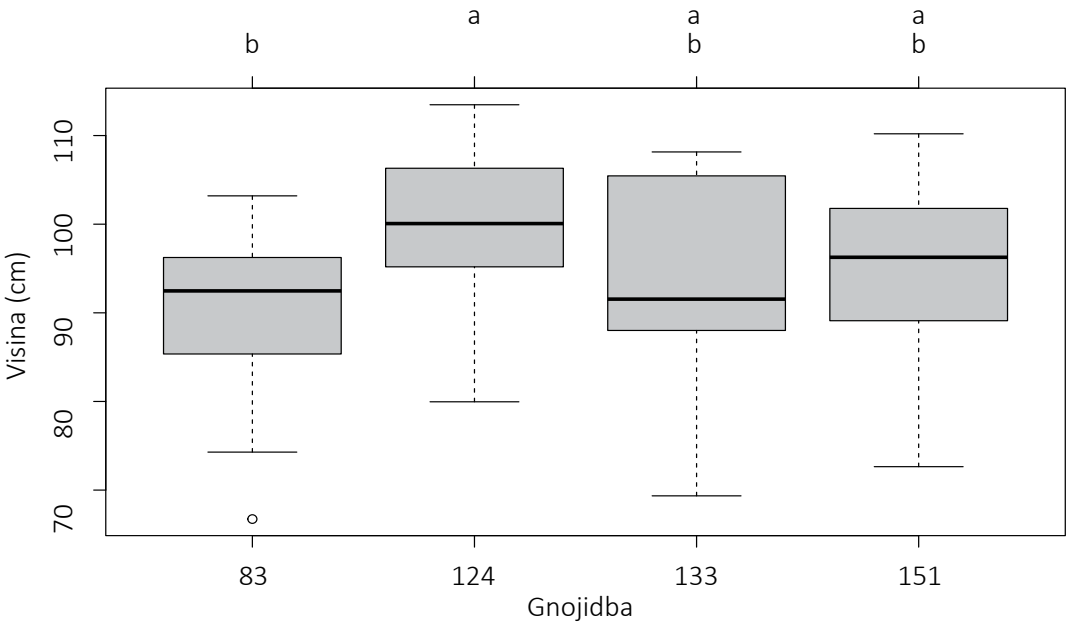
U ovom će se primjeru analizirati visina biljke (cm) – podatci su prikazani u dodatku **Podatci za Primjer 6.1**. Analiza varijance (testovi za fiksne učinke) prikazana je u Tablici 6.1. Učinak interakcije nije statistički značajan, što znači da su učinci gnojidbi i sorata aditivni. Zbog toga se mogu provesti višestruke usporedbe za dva faktora zasebno.

Tablica 6.1 Testovi za fiksne učinke u analizi visine jare zobi.

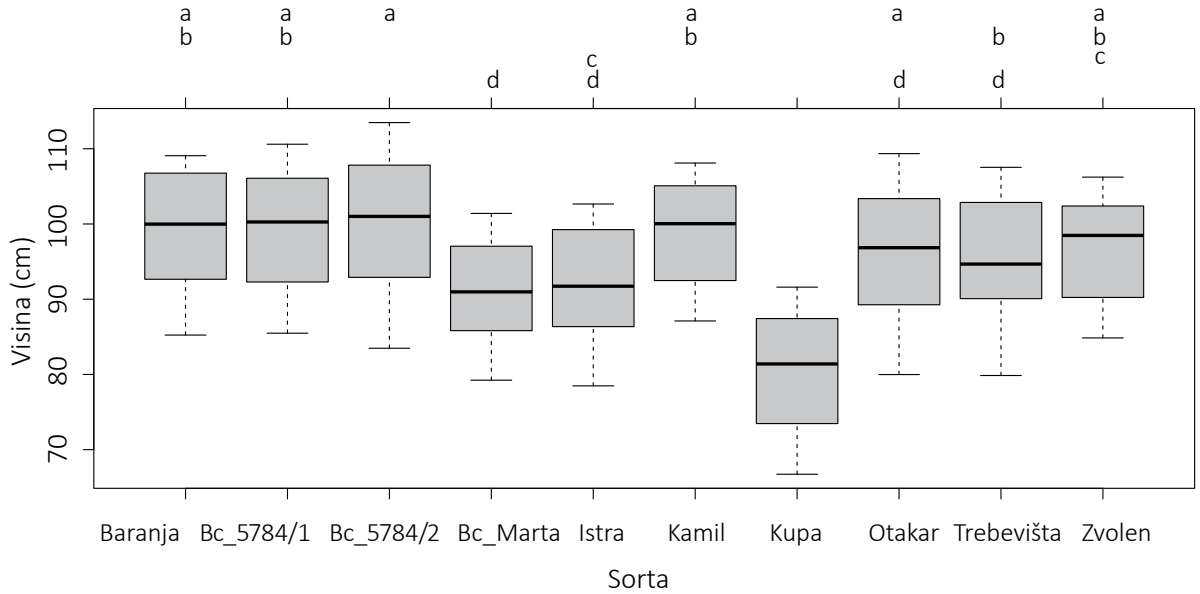
Fiksni učinci	*SS*	*MS*	*df* brojnik	*df* nazivnik	*F*	*p* > *F*
Gnojidbe (G)	373,7	124,57	3	9	6,70	0,011
Repeticije	1351,8	450,60	3	9	24,23	<0,001
Sorte (S)	4978,2	553,14	9	108	29,75	<0,001
G·S	521,2	19,30	27	108	1,04	0,427

Bitno je napomenuti da se rezultati višestrukih usporedbi prikazani u ovom primjeru razlikuju od rezultata prikazanih u radu Bukana i sur. (2015), jer iz analize nisu izostavljene dvije sorte golog zrna (što je provedeno u citiranom radu). Na Slika 6.3 prikazane su usporedbe učinaka četiri načina gnojidbe, prema testovima provedenima uz Bonferronijevu korekciju na razini zna-

čajnosti od $p = 5\%$. Povećanje količine dodanog dušika s 83 na 133 kg/ha rezultiralo je porastom visine biljaka. Daljnjim povećavanjem količine dodanog dušika visina se biljaka nije povećavala, pa se čak nije više ni razlikovala od postignute visine pri najmanjoj količini dodanog dušika.



Slika 6.3 Razlike u učincima četiri načina gnojidbe.



Slika 6.4 Razlike u visini biljaka između sorata.

Obrazac odnosa između sorata relativno je kompleksan (Slika 6.4); sorta ‘Kupa’ značajno je niža od svih ostalih sorata, a sorte ‘Bc Marta’ i ‘Istra’ niže su od većine ostalih sorata.

6.2 Kompleksniji tipovi dizajna s razdijeljenim parcelama

Ukoliko pokus uključuje više od dva faktora, a svaki se novi faktor raspoređuje na parcele koje nastaju dijeljenjem parcela za prethodni faktor, dizajn s razdijeljenim parcelama koji se koristi za takav pokus u nazivu ima onoliko puta riječ *split*, koliko se puta dijele parcele. Prema tome dizajn za trofaktorski pokus zove se *split-split-plot*, a za pokus s četiri faktora *split-split-split-plot*, itd. Svaka veličina parcela ima svoju pogrešku, a svaka se pogreška definira odgovarajućom interakcijom s repeticijama. Osim dodavanjem faktora, daljnja se kompleksnost može postići i grupiranjem podparcela, unutar ili duž repeticija, te tako nastaju dizajni koji se nazivaju *split-block*, odnosno *strip-plot* dizajni. Na opisani način u tim dizajnima nastaju parcele triju različitih veličina: po jedna za svaki faktor i jedna za interakciju. Uz sve navedeno, neki su autori koristili i model *split-plota* za analizu podataka prikupljenih u pokusima u kojima su opažanja provedena višekratno na istim pokusnim jedinicama. Kratki osvrt na različite pristupe analizi takvih skupova podataka, poznatoj pod nazivom analiza varijance za ponovljena mjerenja (*repeated measurements ANOVA*), može se pronaći u poglavlju **Specifični dizajni**.

7 Učinkovitost dizajna

Svim dizajnima koji su predstavljeni u prethodnim poglavljima pridružen je i odgovarajući model za statističku analizu, koji je uključivao sve elemente strukture tretiranja i strukture dizajna. Kada se procjenjivala učinkovitost nekog dizajna, onda se taj model nazivao punim modelom, jer se uspoređivao s reduciranim modelom iz kojega je izostavljen jedan ili više učinaka. Stoga, učinkovitost nekog dizajna ili njegovih strukturnih elemenata zapravo predstavlja relativnu učinkovitost pridruženog punog modela u odnosu na neki reducirani model. Za opis odnosa između reduciranog i punog modela često se koristi izraz „ugniježđenog modela", tj. reducirani se model smatra ugniježđenim u punom modelu. Tako je model potpuno slučajnog dizajna bio ugniježđen u modelu slučajnog bloknog rasporeda, a model slučajnog bloknog rasporeda u modelu latinskog kvadrata ili alfa dizajna.

Kako je jedan od najvažnijih ciljeva postavljanja pokusa testiranje razlike učinaka tretiranja, učinkovitost dizajna može se promatrati u smislu njegovog učinka na smanjenje pogrešaka usporedbi. Relativna učinkovitost nekog modela (dizajna) na taj se način može procijeniti kao omjer pogrešaka iz reduciranog i punog modela prema izrazu:

$$E_{R(FM)} = \left(\frac{s_{D(RM)}}{s_{D(FM)}}\right)^2 \qquad (7.1)$$

gdje je $E_{R(FM)}$ relativna učinkovitost dizajna (ili punog modela), $s_{D(RM)}$ standardna pogreška razlike u reduciranom modelu, a $s_{D(FM)}$ standardna pogreška razlike u punom modelu. Odnos između učinkovitosti različitih modela može se vizualizirati uz pomoć tzv. „toplinskih karata" (*heatmap*). U ovom će se poglavlju razmotriti učinkovitosti primijenjenih dizajna u svim dosadašnjim primjerima.

7.1 Dizajni s potpunim blokovima

Slučajni blokni raspored sadrži samo jedan element dizajna – potpune blokove ili repeticije. Ispuštanjem tog učinka puni se model (4.1) reducira u ugniježđeni model potpuno slučajnog rasporeda (2.13). Relativna učinkovitost slučajnog bloknog rasporeda u odnosu na potpuno slučajan raspored jednaka je:

$$E_{R(RCBD)} = \left(\frac{s_{D(CRD)}}{s_{D(RCBD)}}\right)^2$$

Puni model za analizu pokusa postavljenog prema latinskom kvadratu uključuje dva učinka repeticija, pa kada se jedan od njih izostavi, nastaje reducirani model koji predstavlja model slučajnog bloknog rasporeda. Za latinski se kvadrat, stoga, mogu provesti dvije procjene učinkovitosti koje ujedno predstavljaju i učinkovitost izostavljenog elementa dizajna: vodoravnih ili okomitih repeticija. Relativna učinkovitost latinskog kvadrata u odnosu na slučajni blokni raspored općenito se može procijeniti pomoću izraza:

$$E_{R(LS)} = \left(\frac{s_{D(RCBD)}}{s_{D(LS)}}\right)^2$$

U analizi Primjera 4.1 procjena standardne pogreške razlike bila je jednaka 1,02. Kada bi se isti pokus analizirao prema modelu potpuno slučajnog rasporeda, izostavljeni učinak repeticija pribrojio bi se pogrešci. Prema Tablica 4.2 učinak pogreške u toj bi analizi imao 3 + 42 = 45 stupnjeva slobode, a njegova bi suma kvadrata iznosila 22,07 + 87,94 = 110,01. Prosječni kvadrat (varijanca) pogreške prema tome bi iznosio 110,01 / 45 = 2,44. Na temelju tog prosječnog kvadrata može se procijeniti standardna pogreška razlike:

$$s_{D(CRD)} = \sqrt{\frac{2 \cdot 2{,}44}{4}} = 1{,}10$$

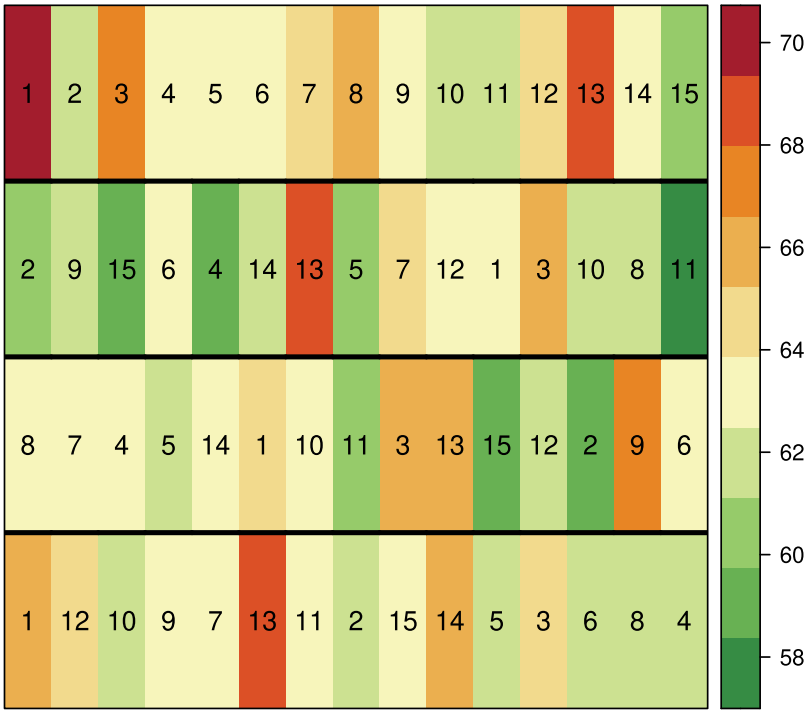
Iz toga slijedi da je relativna učinkovitost slučajnog bloknog rasporeda u ovom primjeru jednaka:

$$E_{R(RCBD)} = \left(\frac{1{,}10}{1{,}02}\right)^2 = 1{,}16$$

Dakle, primjenom slučajnog bloknog rasporeda ostvareno je povećanje učinkovitosti od 16% u odnosu na pretpostavljenu mogućnost da je isti pokus postavljen prema potpuno slučajnom rasporedu.

Prostorna distribucija vrijednosti hektolitarskih masa sorata ječma iz Tablice 4.1 može se predočiti prema dizajnu sa Slike 4.2 uz pomoć „toplinske karte" (Slika 7.1). Na desnoj strani slike

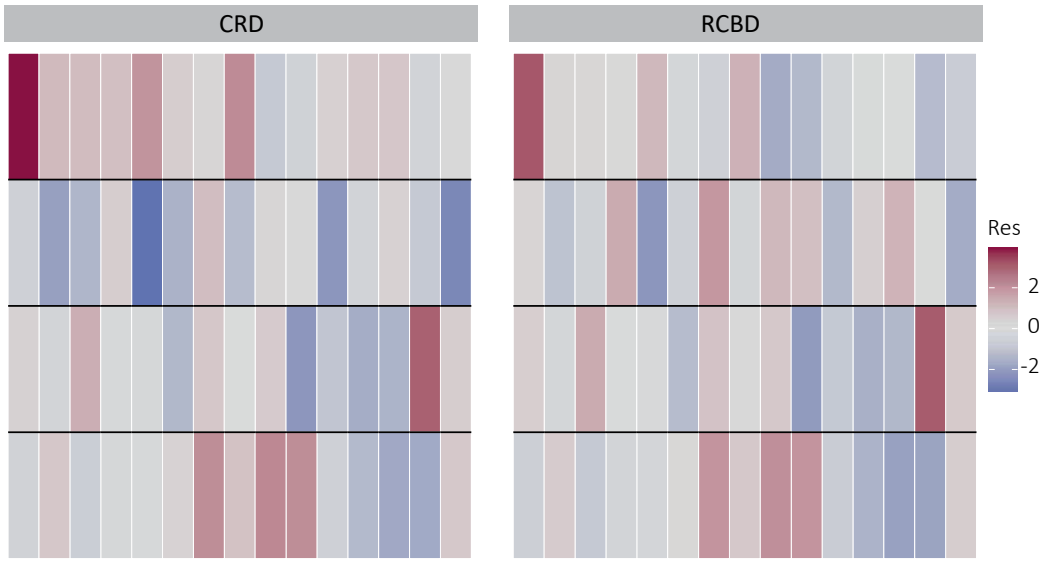
priložena je skala prema kojoj su različiti intenziteti boje pridruženi odgovarajućim intervalima vrijednosti hektolitarske mase (od tamnozelene boje za niske vrijednosti, do tamnocrvene boje za visoke vrijednosti). Na slici se jasno izdvaja sorta 13, jedina sorta čija je prosječna hektolitarska masa bila veća od prosječne hektolitarske mase standarda (iako se nisu značajno razlikovale). Također je uočljiv i kontrast između pretežno „crvene“ repeticije I i pretežno „zelene" repeticije II.



Slika 7.1 Prostorna raspodjela hektolitarskih masa sorata ječma.

Usporedba pogrešaka (Slika 7.2) otkriva minimalne razlike između procjena iz dvaju različitih modela u repeticijama III i IV. Procjene modela CRD nisu korigirane na učinke repeticija, pa su slične procjenama modela RCBD samo u te dvije repeticije čiji je prosjek bliži ukupnom prosjeku pokusa. U preostale dvije repeticije izraženiji intenzitet boje ukazuje na veće pogreške modela CRD. U iznadprosječnoj repeticiji I procjene modela CRD uglavnom podcjenjuju vrijednosti opažanja (crvena boja – pozitivne vrijednosti pogrešaka), a u ispodprosječnoj repeticiji II procjene modela RCBD uglavnom precjenjuju vrijednosti opažanja (plava boja – negativne vrijednosti pogrešaka). Prema tome, povećanje učinkovitosti ostvareno primjenom modela

slučajnog bloknog rasporeda uglavnom je rezultat boljih procjena, odnosno manjih pogrešaka u prve dvije repeticije.



Slika 7.2 Prostorna raspodjela pogrešaka u analizi Primjera 4.1 prema dva različita modela.

U Primjeru 4.2 višestruke usporedbe nisu provedene, jer F-test za sorte nije bio statistički značajan. Da su te usporedbe provedene, procjena standardne pogreške razlike bila bi jednaka:

$$s_{D(LS)} = \sqrt{\frac{2 \cdot 50{,}33}{5}} = 4{,}49$$

Za procjenu učinkovitosti vodoravnih repeticija treba provesti analizu prema modelu slučajnog bloknog rasporeda koji uključuje samo okomite repeticije. Na temelju Tablice 4.4 učinak pogreške u toj analizi imao bi 4 + 12 = 16 stupnjeva slobode; njegova suma kvadrata iznosila bi 333,75 + 604,00 = 937,75, a prosječni kvadrat pogreške bio bi 937,75 / 16 = 58,61. Na temelju tog prosječnog kvadrata može se procijeniti standardna pogreška razlike:

$$s_{D(RCBD-O)} = \sqrt{\frac{2 \cdot 58{,}61}{5}} = 4{,}84$$

Učinkovitost vodoravnih repeticija je:

$$E_{R(LS-V)} = \left(\frac{4{,}84}{4{,}49}\right)^2 = 1{,}16$$

Na isti se način može procijeniti i učinkovitost okomitih repeticija: provođenjem analize prema modelu slučajnog bloknog rasporeda koji uključuje samo vodoravne repeticije. Prosječni je kvadrat pogreške jednak:

$$MS_{ERR} = \frac{747{,}27 + 604{,}00}{4 + 12} = 84{,}45$$

a standardna pogreška razlike:

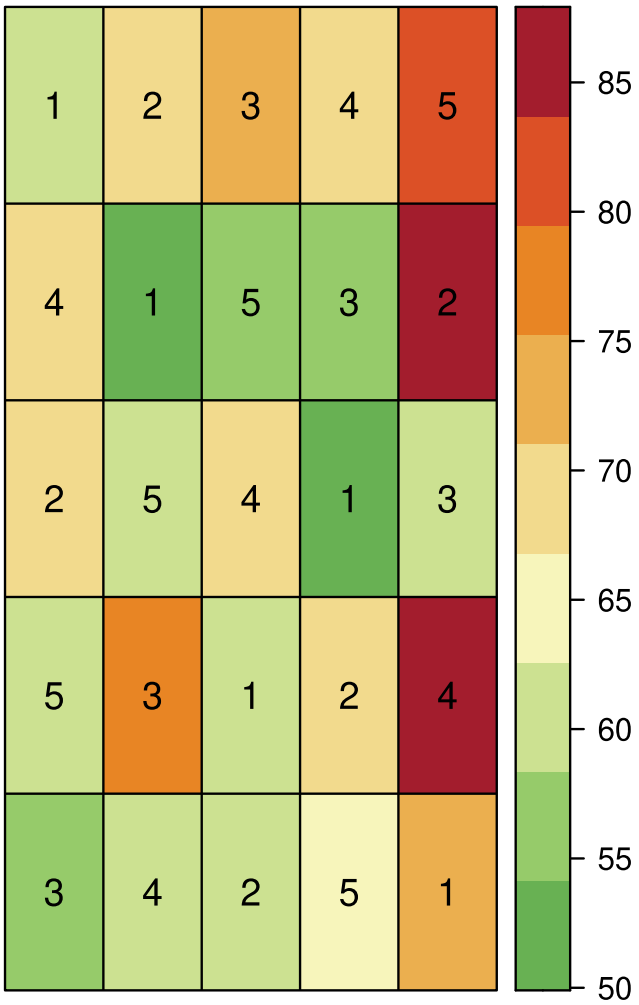
$$s_{D(RCBD-V)} = \sqrt{\frac{2 \cdot 84{,}45}{5}} = 5{,}81$$

Učinkovitost je okomitih repeticija prema tome:

$$E_{R(LS-O)} = \left(\frac{5{,}81}{4{,}49}\right)^2 = 1{,}67$$

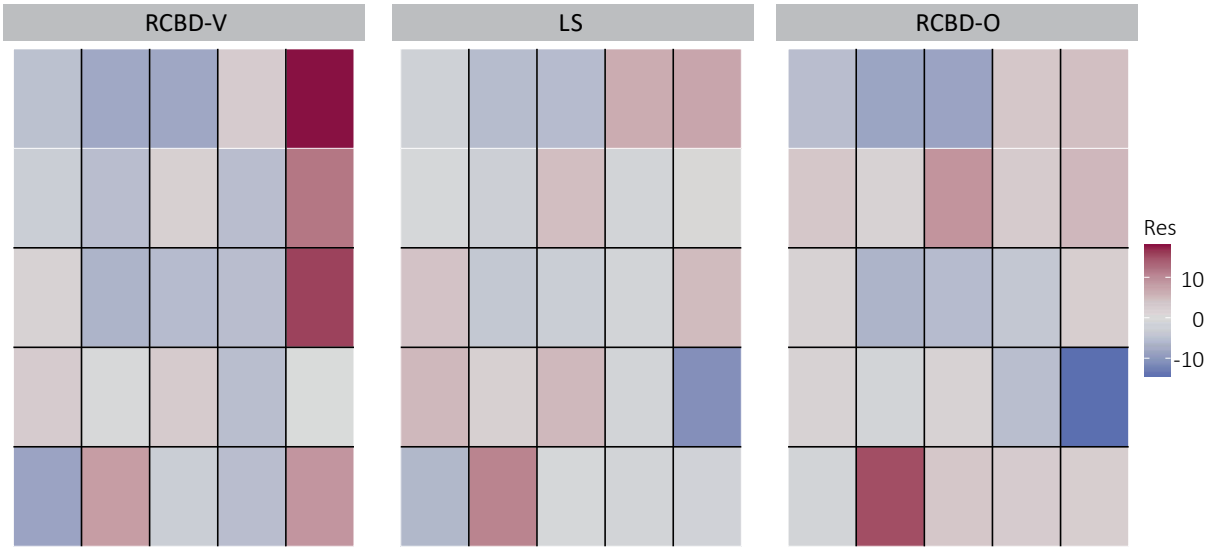
Učinak okomitih repeticija na smanjenje pogreške znatno je veći od učinka vodoravnih repeticija. Taj primjer ukazuje na važnost orijentacije repeticija u slučajnom bloknom rasporedu – da je isti pokus postavljen prema slučajnom bloknom rasporedu s vodoravnim repeticijama, trebao bi imati više od osam repeticija da bi postigao istu učinkovitost kao latinski kvadrat (5 + 67% = 8,35).

U prostornoj raspodjeli uroda sorata jare zobi (Slika 7.3) najuočljiviji je obrazac grupiranja parcela iste boje u petoj okomitoj repeticiji, a koji ukazuje na to da su u toj repeticiji vladali povoljniji uvjeti u odnosu na preostale četiri.



Slika 7.3 Prostorna raspodjela uroda sorata zobi.

Obrazac prostorne raspodjele pogrešaka u analizi prema reduciranom modelu RCBD s okomitim repeticijama vrlo je sličan obrascu koji se pojavljuje i u analizi prema punom modelu LS (Slika 7.4); intenzivnije boje parcela ukazuju na to da su pogreške u reduciranom modelu veće. U drugoj varijanti reduciranog modela, RCBD-u s vodoravnim repeticijama, obrazac raspodjele pogrešaka sasvim je drugačiji. Pogreške iz analize prema tom su modelu najveće, a taj je trend najviše izražen u petoj okomitoj repeticiji jer procjene nisu korigirane na učinke okomitih repeticija. Zato u toj repeticiji (u kojoj vladaju najpovoljniji uvjeti) većina procjena podcjenjuje vrijednosti opažanja.



Slika 7.4 Prostorna raspodjela pogrešaka u analizi Primjera 4.2 prema tri različita modela.

7.2 Dizajni s nepotpunim blokovima

Ovi dizajni uključivali su jedan ili dva elementa koji su predstavljali nepotpune blokove, a u latiniziranom obliku i dodatni element „dugih" blokova koji su tretirani kao potpuni blokovi. Puni model alfa dizajna (5.1) može se reducirati izbacivanjem učinka nepotpunih blokova, čime se pretvara u model slučajnog bloknog rasporeda. S obzirom na to da se u višestrukim usporedbama pojavljuju različite pogreške, relativna učinkovitost alfa dizajna u odnosu na slučajni blokni raspored procjenjuje se na temelju prosjeka pogrešaka svih usporedbi:

$$E_{R(\alpha)} = \left(\frac{s_{D(RCBD)}}{\bar{s}_{D(\alpha)}} \right)^2$$

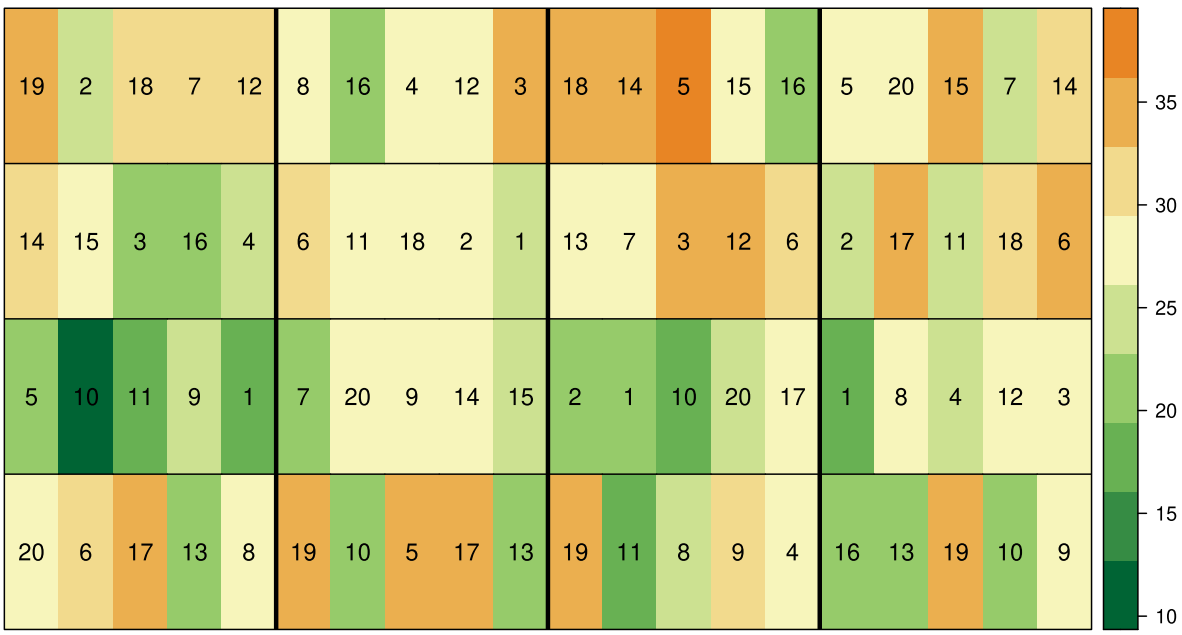
Model za latinizirani alfa dizajn (5.2) može se reducirati izbacivanjem „dugih" blokova ili nepotpunih blokova. Reducirani model bez „dugih" blokova opet predstavlja model alfa dizajna, a reducirani model bez nepotpunih blokova predstavlja specifični dizajn koji se u literaturi pojavljivao pod nazivom „latinski pravokutnik" (Vasilj, 2000). Modeli za redno-stupčani (5.3) i latinizirani redno-stupčani dizajn (5.4) mogu se reducirati na sličan način, pri čemu se svode na jedan od prethodno navedenih modela.

U analizi Primjera 5.1 prosječna standardna pogreška izračunava se kao aritmetička sredina pogrešaka iz Tablice 5.3, koja iznosi 1,93. Kada se analiza provede prema reduciranom modelu, tj. prema modelu slučajnog bloknog rasporeda, standardna pogreška usporedbi jednaka je 2,42. Učinkovitost alfa dizajna je:

$$E_{R(\alpha)} = \left(\frac{2{,}42}{1{,}93}\right)^2 = 1{,}57$$

U ovom primjeru ostvareno povećanje učinkovitosti uvođenjem nepotpunih blokova iznosi 57%. Pokus je bio postavljen s četiri repeticije (potpuna bloka), pa kada bi isti pokus bio postavljen prema slučajnom bloknom rasporedu, bilo bi potrebno šest repeticija kako bi se postigla jednaka učinkovitost.

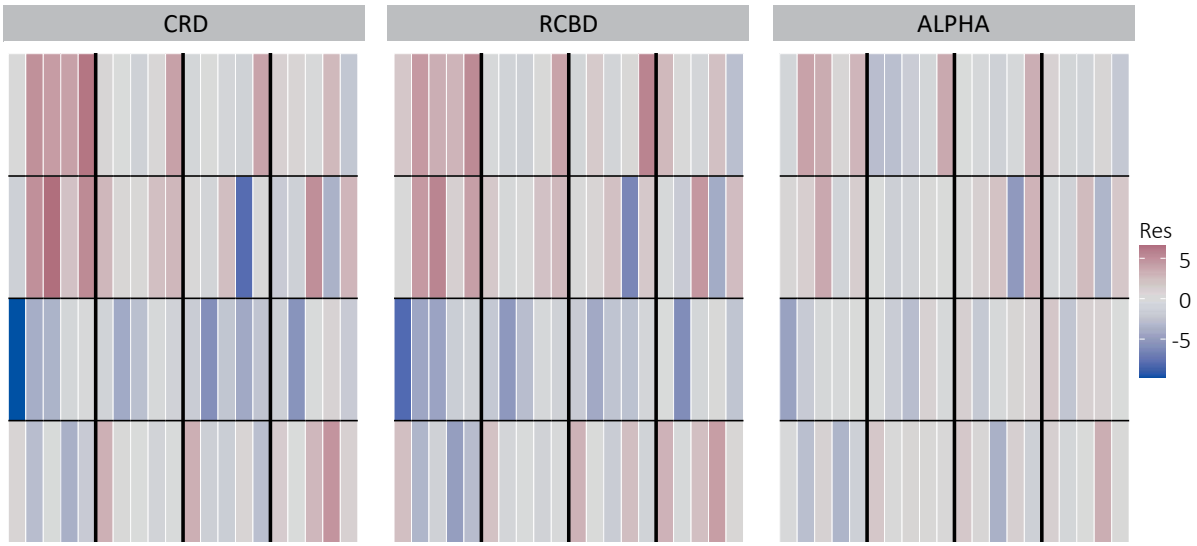
Na grafičkom prikazu raspodjele uroda (Slika 7.5) u sve se četiri repeticije izdvaja treći blok kao blok s najnižim urodima, bez obzira na to koji su se hibridi u njemu nalazili.



Slika 7.5 Prostorna raspodjela uroda hibrida suncokreta.

U usporedbi pogrešaka (Slika 7.6), osim punog (ALPHA) i reduciranog modela (RCBD) na temelju kojih je procijenjena učinkovitost alfa dizajna, dodan je i model potpuno slučajnog rasporeda (CRD). U tom su modelu pogreške najveće, zbog toga što se kao procjene koriste aritmetičke

sredine četiri opažanja. U trećim blokovima svih repeticija većina parcela je obojena plavom bojom, što je u skladu s prethodnim zaključkom da su to blokovi s najnižim urodima (pa procjene precjenjuju vrijednosti opažanja). Urodi većine hibrida na parcelama u prva dva bloka prve repeticija bili su nadprosječni, jer ih procjene iz modela CRD redom podcjenjuju. Kada se procjene korigiraju na učinak repeticija (model RCBD), većina se pogrešaka smanjuje. Daljnjom korekcijom na učinke nepotpunih blokova (model ALPHA) pogreške se još više smanjuju, što naročito dolazi do izražaja u trećem bloku svih repeticija (u kojem je vidljivo smanjen intenzitet plave boje). Najveće pogreške koje se ističu i nakon korekcije na dva učinka blokova (potpunih i nepotpunih) najčešće se odnose na parcele na kojima urod hibrida ima suprotan trend u odnosu na ostale parcele u tom bloku. Jedan je takav primjer četvrta parcela u drugom bloku treće repeticije, na kojoj se nalazi hibrid 12. Urod tog hibrida u tom je bloku bio nadprosječan, dok je urod svih ostalih hibrida u tom bloku bio na razini ili ispod njihovog prosjeka.

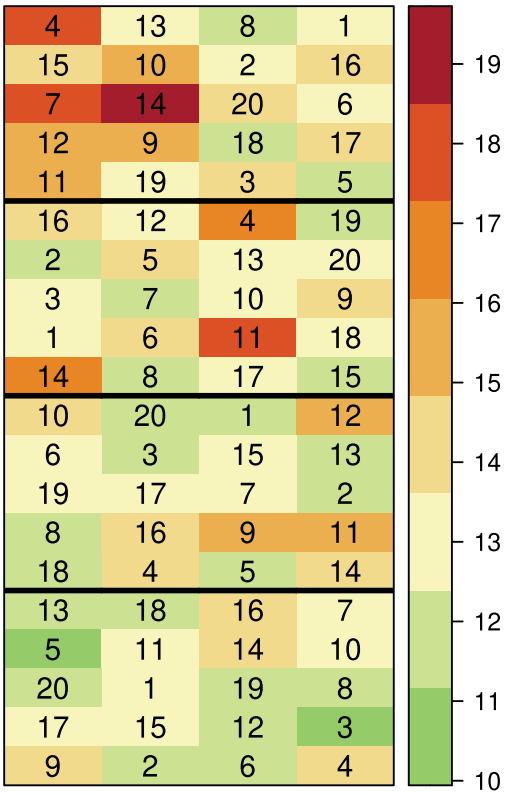


Slika 7.6 Prostorna raspodjela pogrešaka u analizi Primjera 5.1 prema tri različita modela.

U Primjeru 5.2 pokus je postavljen kao latinizirani redno-stupčani dizajn, ali je tijekom analize kao najpogodniji model za analizu ovog pokusa odabran model alfa dizajna (izostavljeni su učinci „dugih" blokova i stupaca unutar repeticija). Relativna učinkovitost odabranog modela procjenjuje se na isti način kao i u prethodnom primjeru, u odnosu na model slučajnog bloknog rasporeda:

$$E_{R(\alpha)} = \left(\frac{0{,}73}{0{,}65}\right)^2 = 1{,}27$$

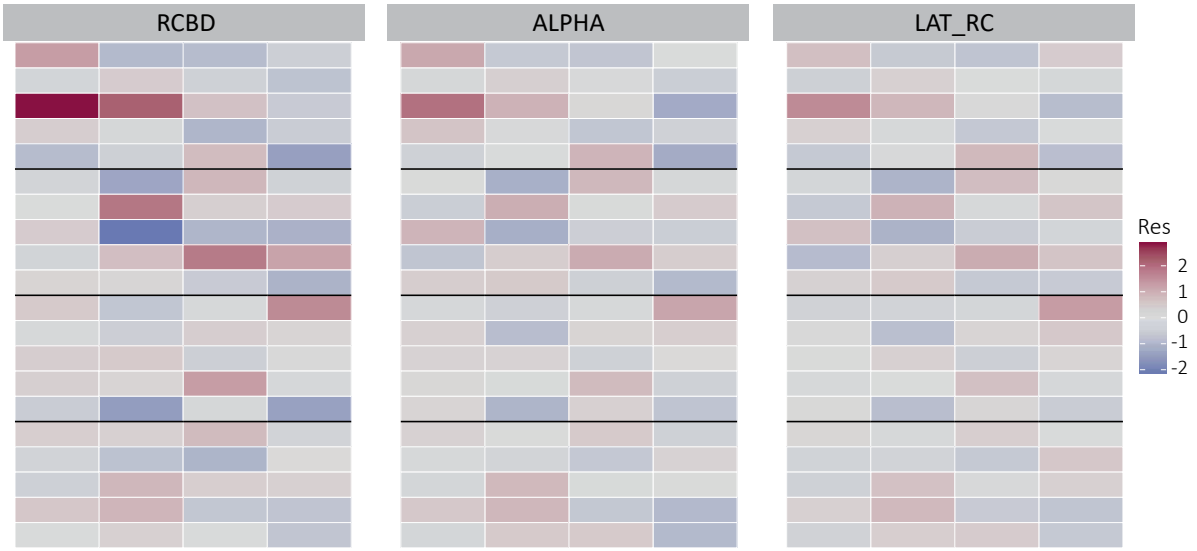
Ostvareno povećanje učinkovitosti iznosi 27%, što znači da bi za postizanje jednake učinkovitosti pokus postavljen prema slučajnom bloknom rasporedu morao imati jednu repeticiju više. Na temelju prostorne raspodjele (Slika 7.7) može se uočiti pravilan trend opadanja sadržaja vlage u zrnu od prve do četvrte repeticije. Kod linija s visokim sadržajem vlage u prvoj repeticiji ona opada do prosječne razine u četvrtoj repeticiji; kod linija koje su u prvoj repeticiji imale prosječan sadržaj vlage, on u četvrtoj repeticiji opada do minimalnih vrijednosti.



Slika 7.7 Prostorna raspodjela sadržaja vlage u zrnu inbred-linija kukuruza.

Usporedba pogrešaka (Slika 7.8) provedena je za tri modela: puni model za latinizirani rednostupčani dizajn (LAT_RC), odabrani najpogodniji model alfa dizajna (ALPHA) i model slučajnog bloknog rasporeda (RCBD) na temelju kojeg je procijenjena relativna učinkovitost modela alfa

dizajna. Najveće pogreške u modelu RCBD pojavljuju se u prvoj i drugoj repeticiji. Dvije od njih odnose se na liniju 7, koja ne slijedi opći trend opadanja sadržaja vlage. U prvoj repeticiji njen sadržaj vlage visoko je iznad prosjeka; u drugoj je niži ne samo od prosjeka, nego i od njenog sadržaja vlage u preostale dvije repeticije. Zbog toga procjena sadržaja vlaga za liniju 7 u prvoj repeticiji podcjenjuje, a u drugoj precjenjuje vrijednosti opažanja. Korigiranjem procjena na učinke redova unutar repeticija (model ALPHA) pogreške se bitno smanjuju. Dodatne korekcije na učinke ostalih strukturnih elemenata dizajna (model LAT_RC) nemaju bitnog učinka, pa se pogreške modela ALPHA i modela LAT_RC neznatno razlikuju.



Slika 7.8 Prostorna raspodjela pogrešaka u analizi Primjer 5.2 prema tri različita modela.

7.3 Dizajni s razdijeljenim parcelama

Za procjenu relativne učinkovitosti *split-plot* dizajna također se koristi model slučajnog blok-nog rasporeda. Relativna učinkovitost može se procijeniti za usporedbe tretiranja koje se provode na temelju parcela dviju različitih veličina, odnosno dviju različitih pogrešaka. Razine podfaktora uspoređuju se na temelju pogreške za podparcele, a relativna je učinkovitost tih usporedbi jednaka:

$$E_{R(PF)} = \left(\frac{s_{D(RCBD)}}{s_{D(PF)}}\right)^2$$

Razine glavnog faktora uspoređuju se na temelju pogreške za glavne parcele, a njihova je relativna učinkovitost jednaka:

$$E_{R(GF)} = \left(\frac{s_{D(RCBD)}}{s_{D(GF)}}\right)^2$$

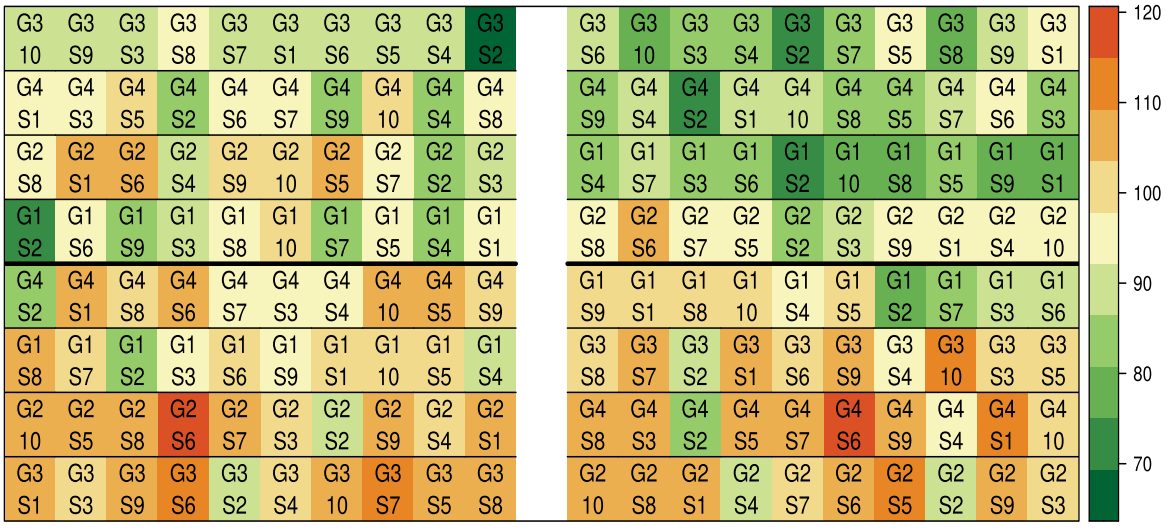
U Primjeru 6.1 pogreška usporedbi za razine glavnog faktora bila je jednaka 2,09, a pogreška usporedbi za razine podfaktora 1,52. Ukoliko bi isti pokus bio postavljen kao slučajni blokni raspored, pogreška usporedbi razina podfaktora bila bi jednaka 1,73, stoga je relativna učinkovitost tih usporedbi:

$$E_{R(PF)} = \left(\frac{1{,}73}{1{,}52}\right)^2 = 1{,}30$$

Pogreška usporedbi razina glavnog faktora bila bi jednaka 1,64, a relativna učinkovitost:

$$E_{R(GF)} = \left(\frac{1{,}09}{2{,}09}\right)^2 = 0{,}27$$

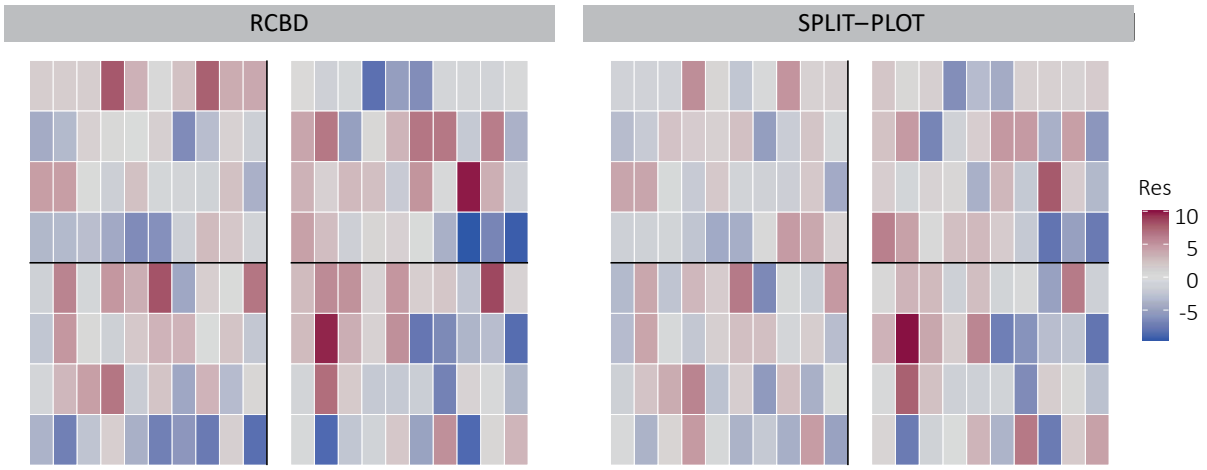
U usporedbama razina podfaktora ostvareno je povećanje učinkovitosti od 30%, a usporedbe razina glavnog faktora u split-plotu uvijek su manje učinkovite nego što bi bile da je pokus postavljen kao slučajni blokni raspored. To je jedan od najvećih nedostataka split-plot dizajna, jer se zbog manje učinkovitosti (na neki način) „žrtvuju" usporedbe razina glavnog faktora.



Slika 7.9 Prostorna raspodjela visina biljaka sorata zobi pri različitim dozama gnojidbe dušikom.

U prostornoj raspodjeli visina biljaka (Slika 7.9) najuočljiviji su učinci repeticija i doza gnojidbe. U dvije „donje" repeticije (prvoj i trećoj) biljke su bile natprosječno visoke, a u dvije preostale ispodprosječno visoke. Također, u sve četiri repeticije visinom odskaču redovi u kojima je primijenjena doza G2 (124 kg dušika po hektaru).

Iako su primjenom modela split-plota općenito postignute bolje procjene u odnosu na model RCBD-a (Slika 7.10), smanjenje pogrešaka nije bilo jednako učinkovito u sve četiri repeticije.



Slika 7.10 Prostorna raspodjela pogrešaka u analizi Primjera 6.1 prema dva različita modela.

8 Specifični dizajni i metode

U prethodnim su poglavljima predstavljeni dizajni koji se najčešće koriste za postavljanje pokusa u poljoprivredi. Ovo posljednje poglavlje posvećeno je dizajnima ili metodama koje se znatno rjeđe koriste jer: mogu biti vrlo kompleksni i nepraktični, namijenjeni rješavanju nekih specifičnih problema ili zasnovani na bitno različitim pretpostavkama od onih koje su do sada navedene. Svaki dizajn ili metoda bit će ukratko opisani, a bit će navedene i njihove najvažnije karakteristike.

8.1 Analiza kovarijance

U dizajnima koji su opisani u prethodnim poglavljima lokalna se kontrola ostvarivala grupiranjem pokusnih jedinica u blokove. Uvjeti koji su vladali u svakom bloku nastali su združenim djelovanjem niza faktora koji ne kontrolira istraživač, pa se izdvajanjem učinka blokova mogla smanjiti pogreška pokusa. Kada se iz tog niza može izdvojiti jedan faktor čiji je učinak dominantan, tada se lokalna kontrola može ostvariti tako da se taj faktor koristi kao prediktor (nezavisna varijabla) u modelu. Ta se dodatna nezavisna varijabla naziva kovarijabla (*covariate*), a za svaku se pokusnu jedinicu tada (pored varijable koja je cilj istraživanja) prikupljaju i podatci o vrijednosti kovarijable. Metoda koja se zasniva na opisanom pristupu naziva se analiza kovarijance (*analysis of covariance* – ANCOVA), a podrazumijeva analizu prema modelu s jednom kategorijskom i jednom kontinuiranom nezavisnom varijablom. Taj se model može shvatiti kao kombinacija modela kategorijske analize varijance i regresijskog modela, a njegov je zapis identičan zapisu modela za dvofaktorski pokus (3.6). Ovisnost zavisne varijable o nezavisnoj kontinuiranoj varijabli modelira se kao linearni trend (regresija), a za nezavisnu kategorijsku varijablu procjenjuju se vrijednosti zavisne varijable za različite razine tog faktora. Te su procjene prosječne vrijednosti tih razina, korigirane na trend i izražene za određenu vrijednost kontinuirane nezavisne varijable. Učinak interakcije služi za testiranje nulte hipoteze o homogenosti trendova – ukoliko je statistički značajan, za svaku se kategoriju može pojaviti drugačiji trend ovisnosti zavisne o nezavisnoj kontinuiranoj varijabli (svaka kategorija može imati drugačiji regresijski koeficijent b).

8.2 Dizajn s ponovljenim mjerenjima

Podatci s pokusnih jedinica prikupljani su u većini dosadašnjih primjera samo u jednom na-

vratu, uglavnom tijekom žetve ili berbe. Svi ti primjeri potječu iz istraživanja u kojima je cilj bio postavljen tako da je za njegovo postizanje bilo nužno analizirati samo konačne vrijednosti promatranog svojstva. Ponekad cilj istraživanja ne moraju biti samo konačne vrijednosti nekog svojstva, nego dinamika kretanja tih vrijednosti tijekom određenog vremenskog razdoblja. U takvim se istraživanjima podatci s istih pokusnih jedinica prikupljaju višekratno, u određenim vremenskim razmacima ili unutar različitih fenofaza. Naziv je ovog načina postavljanja pokusa i prikupljanja podataka dizajn s ponovljenim mjerenjima (*repeated measures design*), a u analizi tako prikupljenih podataka koristi se više različitih pristupa. Ako se u vrijednostima nezavisne varijable može uočiti jasan linearni trend povezan s protokom vremena, onda se analiza može provesti prema metodi analize kovarijance opisanoj u prethodnom potpoglavlju. Drugi je često korišteni pristup model *split-plota*, pri čemu se podrazumijeva podjela pokusnih jedinica u vremenu umjesto u prostoru. Najveći je problem u ovom pristupu to što vrijeme ima ulogu podfaktora čije su razine randomizirane unutar glavnih parcela, a opažanja u vremenu odvijaju se uvijek u istom slijedu. Ukoliko se opažanja prikupljena u različito vrijeme tretiraju kao zasebne varijable, može se primijeniti multivarijatna analiza varijance (MANOVA) s nekoliko različitih testova za učinak kategorijske nezavisne varijable. Na kraju, podatci prikupljeni ponovljenim mjerenjima mogu se analizirati i primjenom mješovitih modela. Taj se pristup zasniva na logičnoj pretpostavci da će između različitih mjerenja na istim pokusnim jedinicama postojati određena korelacija, i da će ta korelacija biti sve slabija što su ta mjerenja udaljenija u vremenu. Analiza se provodi prema aditivnom modelu koji odgovara modelu slučajnog bloknog rasporeda (4.1), u kojem se vrijeme opažanja tretira kao kategorijska varijabla. Pretpostavka o neovisnosti reziduala u ovom se slučaju napušta, jer se u model uvodi korelacija između pogrešaka na istim pokusnim jedinicama u različitom vremenu, što se ostvaruje definiranjem zadane strukture matrice varijanci i kovarijanci (*variance-covariance matrix*) pogrešaka.

8.3 Prostorna analiza

Još jedan način ostvarivanja lokalne kontrole modeliranje je korelacije između pogrešaka na pokusnim jedinicama primjenom neke od metoda prostorne analize (*spatial analysis*). Smatra se da je Fisher (1935) previdio ovakav pristup navodeći da su „susjedne parcele obično sličnije od onih koje su međusobno više udaljene, sudeći prema urodu" (*the widely verified fact that*

patches in close proximity are commonly more alike, as judged by the yield of crops, than those which are further apart). Prva primjena prostorne analize u istraživanjima u području poljoprivrede potječe od Papadakisa (1935) i njegove metode najbližih susjeda (*nearest neighbors*). Primjena ove i drugih metoda prostorne analize s vremenom je postala glavno oruđe Fisherovih oponenata u dokazivanju njihove prednosti u odnosu na primjenu blokova kao lokalne kontrole. Kasnije je prevladao stav da se blokovi i prostorna analiza mogu kombinirati kao učinkovito sredstvo lokalne kontrole, s obzirom na to da otkrivaju različite vrste trendova (Qiao i sur., 2000). Na tom su načelu razvijeni i računalni programi za dizajn eksperimenata koji osim strukture blokova mogu optimizirati i prostorni raspored tretiranja (Williams i Piepho, 2013).

8.4 Dizajni s djelomičnim ponavljanjem

Ponekad se pokus mora provesti unatoč nedovoljnoj količini materijala potrebnoj za ponavljanje primjene svih tretiranja. Karakterističan primjer su oplemenjivački pokusi s genotipovima iz ranih generacija križanja. Osim vrlo male količine sjemena svakog genotipa (često dovoljne za sjetvu samo jedne ili dvije parcele), u tim pokusima dodatni problem predstavlja i veliki broj genotipova čija je svojstva potrebno istražiti. Ti se problemi mogu riješiti tako da se u pokuse uključi jedan ili više genotipova čija su svojstva već poznata (standardi), a za koje je moguće pribaviti i veću količinu sjemena. Za standarde se generira dizajn s potpunim blokovima, a u svaki od blokova zatim se doda određeni broj parcela na koje se smješta dio genotipova čija se svojstva istražuju. Zbog tog „povećavanja" blokova, pri prvom spominjanju u literaturi 1950-ih (Federer i Raghavarao, 1975) taj je dizajn nazvan „povećanim" dizajnom (*augmented design*). Lokalna se kontrola može ostvariti podjelom pokusnog polja u blokove, pri čemu svaki nepotpuni blok sadrži barem jednu parcelu sa standardom. Zbog vrlo složenog načina njihovog generiranja i još složenije analize, ti su se dizajni počeli češće primjenjivati tek u novije doba. Problem „trošenja" dijela parcela za primjenu standarda rješava se na taj način da se umjesto standarda ponavlja dio tretiranja (genotipova) koji se istražuju, kada je za njih moguće pribaviti veću količinu potrebnog materijala (sjemena). Taj „poboljšani" tip „povećanog" dizajna (Williams i sur. 2011), u kojem se primjena dijela ispitivanih tretiranja ponavljanja, a ostatak tretiranja pojavljuje samo jednom, naziva se dizajnom s djelomičnim ponavljanjem (*partially replicated design*).

8.5 Prijelazni dizajni

U istraživanjima u poljoprivredi uglavnom je moguće osigurati veći ili manji broj relativno ujednačenih pokusnih jedinica na kojima se mogu primijeniti različita tretiranja. Za razliku od poljoprivrede, u nekim područjima znanosti kao što je npr. medicina, to je ključni problem koji je potrebno riješiti kako bi se osigurala nepristranost istraživanja. Zbog tog se razloga koriste tzv. prijelazni dizajni (*crossover designs* ili *change-over designs*), u kojima se sva tretiranja primjenjuju na svim pokusnim jedinicama, u određenom redoslijedu. Radi razdvajanja učinka tretiranja od učinka razdoblja u kojem je ono primijenjeno, dizajn pokusa mora sadržavati sve moguće redoslijede tretiranja. Primjerice, u pokusu u kojem se istražuje utjecaj tri tretiranja: A, B i C, tretiranja se moraju primijeniti u redoslijedima A-B-C, A-C-B, B-A-C, B-C-A, C-A-B i C-B-A. Između primjene dvaju različitih tretiranja svaka se pokusna jedinica mora odmarati ili „ispirati" (*washout*), kako se učinci dvaju različitih tretiranja ne bi preklapali. Ako postoji opravdan razlog za sumnju da će se to ipak dogoditi, onda model mora uključivati i preneseni učinak (*carryover effect*) tretiranja iz prethodnog razdoblja. U istraživanjima u poljoprivredi ovaj se dizajn najčešće primjenjuje u pokusima sa životinjama (Kapš i Lamberson, 2017).

9 Literatura

Ballian D, Bogunić F, Čabaravdić A, Pekeč S, Franjić J 2012. Population differentiation in the wild cherry (*Prunus avium* L.) in Bosnia and Herzegovina. Periodicum biologorum 114: 43-54.

Bates D, Mächler M, Bolker B, Walker S 2015. Fitting Linear Mixed-Effects Models Using lme4. Journal of Statistical Software 67: 1–48.

Box, GEP 1979. Robustness in the strategy of scientific model building. Launer RL, Wilkinson GN (ur.): Robustness in Statistics, Academic Press. pp. 201–236.

Bukan M, Maričević M, Ikić I, Mlinar R, Lovrić A, Gunjača J, Šarčević H 2015. Utjecaj gnojidbe dušikom na prinos i kvalitetu zrna jare zobi pljevičastog i golog zrna. Poljoprivreda 21: 15-21.

Cochran WG, Cox GM 1957. Experimental Designs, Second Edition. John Wiley & Sons, Inc., New York.

Cox DR, Reid N 2000. The Theory of the Design of Experiments. Chapman & Hall/CRC, Boca Raton.

Federer WT, Raghavarao D 1975. On Augmented Designs. Biometrics 31: 29-35.

Fisher RA 1925. Statistical Methods for Research Workers. Oliver & Boyd, Edinburgh.

Fisher RA 1926. The Arrangement of Field Experiments. Journal of the Ministry of Agriculture of Great Britain 33: 503-513.

Fisher RA 1935. The Design of Experiments. Oliver & Boyd, Edinburgh.

Gunjača J 2018. Dizajn eksperimenata s primjenom u poljoprivredi – Priručnik s primjerima u R-u. Sveučilište u Zagrebu Agronomski fakultet.

Gunjača J, Renka H, Jambrešić I, Šindrak Z, Safner T, Liović I, Pecina M 2005. Efficiency of Alpha Designs in Croatian Variety Trials. Lužar-Stiffler V., Hljuz Dobrić V. (ur.): Proceedings of the 27th International Conference on Information Technology Interfaces ITI 2005, Cavtat, Hrvatska. pp. 207-210.

Janječić Z, Mužic S, Bedeković D, Gunjača J, Pintar J, Kos I 2009. Production results and fatty acid composition in breast muscle of Zagorje turkeys on free range rearing. Akbay R (ur.): Proceedings of 2nd Mediterranean Summit of WPSA, Antalya, Turkey. pp. 375-378.

John JA, Williams ER 1995. Cyclic and Computer Generated Designs, Second Edition. Chapman & Hall, London.

Kapš M, Lamberson W 2017. Biostatistics for Animal Science: 3rd Edition. CABI.

Kenward MG, Roger JH 1997. Small Sample Inference for Fixed Eects from Restricted Maximum Likelihood. Biometrics 53: 983-997.

Knezović Z, Mandić A, Primorac J 2020. Pokusi u poljoprivredi. Pressum, Mostar.

Kozak M, Piepho HP 2017. What's normal anyway? Residual plots are more telling than significance tests when checking ANOVA assumptions. Journal of Agronomy and Crop Science 2017;00: 1–13.

Kuehl RO 2000. Design of Experiments: Statistical Principles of Research Design and Analysis, Second Edition. Duxbury Press, Pacific Grove.

Littell RC, Milliken GA, Stroup WW, Wolfinger RD, Schabenberger O 2006. SAS for Mixed Models, Second Edition. SAS Institute Inc., Cary, NC.

Lovrić A, Šeremet J, Jukić K, Ikić I, Maričević M, Bolarić S, Gunjača J, Šarčević H. 2016. Vrijednost agronomskih svojstava i svojstava kvalitete kod F4 potomstava četiriju kombinacija križanja ozime pšenice. U: Vila S., Antunović Z. (ur.) Zbornik radova 52. hrvatskog i 12. međunarodnog simpozija agronoma. Poljoprivredni fakultet Sveučilišta Josipa Jurja Strossmayera u Osijeku, Osijek, str. 232-236.

Montgomery DC 2013. Design and Analysis of Experiments – Eighth Edition. John Wiley & Sons, Inc., New York.

Palčić I, Karažija T, Petek M, Lazarević B, Herak Ćustić M, Gunjača J, Liber Z, Carović-Stanko K 2018. Relationship between origin and nutrient content of Croatian common bean landraces. Journal of Central European Agriculture, 19: 490-502.

Papadakis JS 1937. Methode statistique pour des experiences sur champ. Bulletin de l'Institut d'Amélioration des Plantes à Salonique: 23.

Patterson HD, Williams ER 1976. A new class of resolvable incomplete designs. Biometrika 63: 83-92.

Piepho HP, Büchse A, Emrich K. 2003. A hitchhiker's guide to mixed models for randomized experiments. Journal of Agronomy & Crop Science 189: 310-322.

Qiao CG, Basford KE, DeLacy IH, Cooper M 2000. Evaluation of experimental designs and spatial analyses in wheat breeding trials. Theoretical and Applied Genetics 100: 9-16.

Quinn GP, Keough MJ 2002. Experimental Design and Data Analysis for Biologists. Cambridge University Press, Cambridge, UK.

Satterthwaite FE 1946. An Approximate Distribution of Estimates of Variance Components. Biometrics Bulletin 2: 110–114.

Slunjski S 2013. Utjecaj reakcije tla na količinu i dinamiku fosfora u vinovoj lozi (*Vitis vinifera* L.). Doktorska disertacija. Sveučilište u Zagrebu Agronomski fakultet.

Sorić B 1989. Statistical „Discoveries" and Effect-Size Estimation. Journal of the American Statistical Association 84: 608-610.

Speed T 1990. Introduction to „The Arrangement of Field Experiments" by R.A. Fisher. Technical Report No. 253. University of California, Berkeley, CA.

Tukey JW 1949. One Degree of Freedom for Non-Additivity. Biometrics 5: 232–242.

Vasilj Đ. 2000. Biometrika i eksperimentiranje u bilinogojstvu. Hrvatsko agronomsko društvo, Zagreb.

Westfall PH, Tobias RD, Wolfinger RD 2011. Multiple Comparisons and Multiple Tests Using SAS®. SAS Institute Inc., Cary, NC, USA.

Williams ER 1986. Row and column designs with contiguous replicates. Australian Journal of Statistics 28: 154-163.

Williams ER, Matheson AC, Harwood CE 2002. Experimental design and analysis for tree improvement, Second Edition. CSIRO, Collingwood.

Williams ER, Piepho HP 2013. A comparison of spatial designs for field variety trials. Australian and New Zealand Journal of Statistics 55, 253-258.

Williams ER, Piepho HP, Whitaker D 2011. Augmented p-rep designs. Biometrical Journal 53, 19-27.

Yates F 1936. A new method of arranging variety trials involving a large number of varieties. The Journal of Agricultural Science 26: 424-455.

Yates F, Mather K 1963. "Ronald Aylmer Fisher 1890–1962". Biographical Memoirs of Fellows of the Royal Society. 9: 91–129.

Yau SK 1997. Efficiency of alpha-lattice designs in in international variety yield trials of barley and wheat. Journal of Agricultural Science, Cambridge 128: 5-9.

Židovec V, Vršek I, Gunjača J, Markulin I 2004. Tehnologija proizvodnje visećih pelargonija. Zbornik priopćenja sa XXXIX Znanstvenog skupa hrvatskih agronoma s međunarodnim sudjelovanjem. Žimbrek T (ur.). Opatija, Hrvatska. str. 833-836.

10 Dodatak

10.1 Matrični zapis modela

Pored simboličkog i opisnog zapisa, modeli se mogu definirati i uz pomoć matričnog zapisa. Taj zapis zapravo odražava način na koji se statističke analize provode u računalnim programima, a koji se relativno lako može objasniti na najjednostavnijem modelu jednosmjerne analize varijance (2.10). U matričnom zapisu taj model izgleda ovako:

$$y = 1\mu + \boldsymbol{X}\tau + \varepsilon$$

gdje je *y* vektor opažanja, 1 vektor jedinica, $\boldsymbol{X}$ matrica dizajna za učinke tretiranja, τ vektor učinaka tretiranja (u literaturu se za ovaj vektor češće koristi oznaka β), a ε vektor reziduala. Kada bi se takav zapis primijenio u Primjeru 2.1 rezultirao bi ovom matričnom jednadžbom:

$$\begin{bmatrix} 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \\ 20 \\ 21 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot \mu + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_7 \\ \varepsilon_8 \\ \varepsilon_9 \\ \varepsilon_{10} \\ \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{14} \\ \varepsilon_{15} \\ \varepsilon_{16} \\ \varepsilon_{17} \\ \varepsilon_{18} \\ \varepsilon_{19} \\ \varepsilon_{20} \\ \varepsilon_{21} \end{bmatrix}$$

Ukupni je prosjek fiksni učinak kao i učinak tretiranja. Zbog toga se on u zapisu obično spaja s ostalim fiksnim učincima dodavanjem vektora 1 kao prvog stupca u matrici ***X***, a sam ukupni prosjek postaje prvi element vektora τ, pa se matrični zapis modela može reducirati u:

$$y = \boldsymbol{X}\tau + \varepsilon$$

a matrična jednadžba prelazi u oblik:

$$\begin{bmatrix} 12 \\ 13 \\ 14 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 15 \\ 16 \\ 17 \\ 18 \\ 19 \\ 20 \\ 21 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \\ 11 \\ 12 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mu \\ \tau_1 \\ \tau_2 \\ \tau_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \\ \varepsilon_7 \\ \varepsilon_8 \\ \varepsilon_9 \\ \varepsilon_{10} \\ \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{14} \\ \varepsilon_{15} \\ \varepsilon_{16} \\ \varepsilon_{17} \\ \varepsilon_{18} \\ \varepsilon_{19} \\ \varepsilon_{20} \\ \varepsilon_{21} \end{bmatrix}$$

Ovaj model sad postaje „preparametriziran" (*overparameterized*), odnosno sadrži jedan parametar previše s obzirom na to da je prvi stupac matrice dizajna jednak zbroju tri preostala stupca. Taj problem računalni program rješavaju tako da izbace jedan stupac iz matrice dizajna (u R okruženju uobičajeno je izbacivanje drugog stupca zajedno s parametrom t_1). Procjene parametara tada se uz pomoć matrične algebre mogu izračunati prema izrazu:

$$\hat{\tau} = (\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}\boldsymbol{X}'\boldsymbol{Y}$$

gdje je ***X'*** transponirana matrica matrice ***X***, a $(\boldsymbol{X}'\boldsymbol{X})^{-1}$ inverzna matrica matrice koja predstavlja produkt matrica ***X'*** i ***X***. Za Primjer 2.1 procjene parametara su:

$$\hat{\tau} = [15 \quad 3 \quad -6]$$

Objašnjenje ovog rješenja krije se u usporedbi s prosjecima uzoraka A, B i C koji iznose 15, 18 i 9. Ukupni prosjek i učinak prvog tretiranja zbrojeni su u prosjek prvog tretiranja, a učinci dva preostala tretiranja prikazani su kao odstupanja njihovih prosjeka od prosjeka prvog tretiranja. Modeli za višefaktorske pokuse (odnosi se na fiksne modele) i modeli za dizajne s potpunim blokovima u matričnom se zapisu ne razlikuju od osnovnog modela, samo što njihova matrica dizajna ima više stupaca, a vektor parametara više elemenata. Zapis mješovitih modela zahtjeva uvođenje još jednog elementa u jednadžbu, kojim se zadaju slučajni učinci u modelu:

$$y = \boldsymbol{X}\tau + \boldsymbol{Z}u + \varepsilon$$

Taj dodatni element predstavlja produkt matrice dizajna Z i vektora slučajnih učinaka u.

10.2 „Procijenjeni rubni prosjeci"

Problem pristranosti aritmetičkih sredina kao procjena učinaka tretiranja, komentira se u poglavlju **Dizajni s nepotpunim blokovima**. On se pojavljuje u dizajnima s nepotpunima blokovima kao jedna od varijanata problema „nedostajućih informacija" (*missing data*), jer se svako tretiranje ne pojavljuje u svakom nepotpunom bloku. U takvim se situacijama umjesto aritmetičkih sredina koriste procjene koje se temelje na modelu, odnosno tzv. „procijenjeni rubni prosjeci" (*estimated marginal means*). Kako je primjer dizajna s nepotpunim blokovima previše složen da bi se koristio za objašnjavanje ovih procjena, umjesto njega će se koristiti jedan vrlo jednostavan primjer u kojem je nejednaka veličina uzorka za sva tretiranja uzrok pristranosti aritmetičkih sredina.

Lovrić i sur. (2016) proveli su istraživanje u kojem su prikupili podatke o nizu svojstava potomstava generacije F_4 iz četiri križanja sorata pšenice. Križanja su provedena korištenjem sorata Lela i Lucija kao majki, te sorata Bc Mira i Prima kao očeva. Cilj pokusa bio je procijeniti učinke majki, odnosno očeva. Ukupan broj biljaka u svakom od četiri potomstva bio je:

M\O	Bc Mira	Prima
Lela	66	37
Lucija	68	63

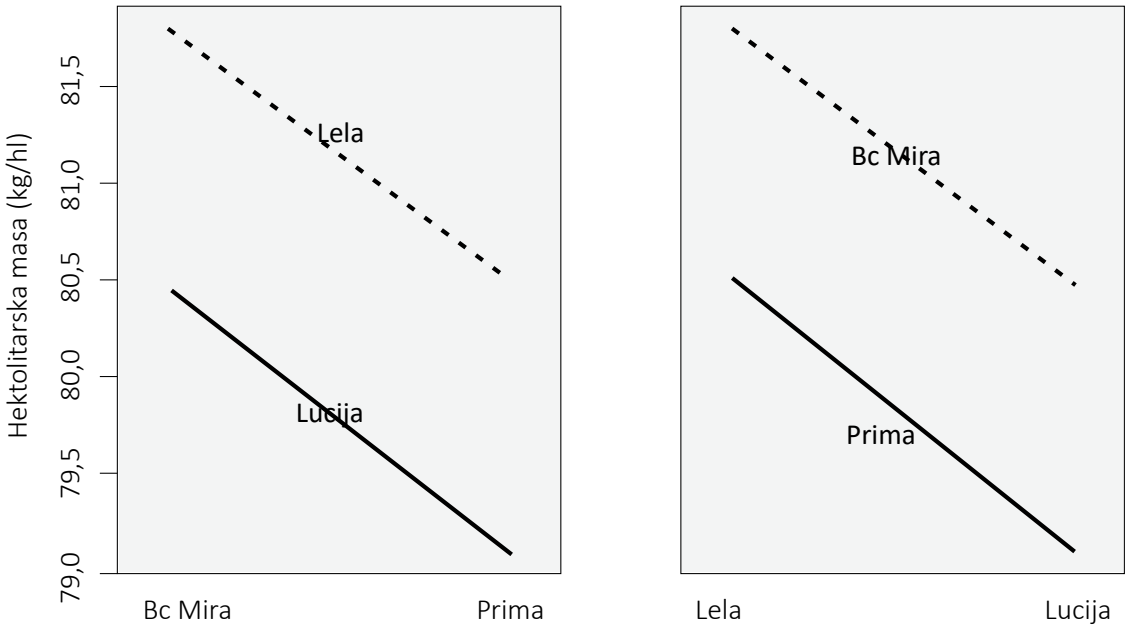
Veličina uzorka potomstva križanja Lela × Prima približno je dvostruko manja od svih ostalih, što će biti glavni uzrok pristranosti procjena. Svojstvo koje će se koristiti u ovom je primjeru hektolitarska masa (kg/hl), pa su u idućoj tablici prikazane sume hektolitarskih masa svih biljaka za svako potomstvo:

M\O	Bc Mira	Prima
Lela	5399,4	2979,2
Lucija	5472,7	4982,8

Kada bi se aritmetičke sredine potomstava koristile za procjene učinaka, za potomstva kombinacija očeva i majki izračunale bi se dijeljenjem brojeva iz prethodne dvije tablice (npr. 5399,4/66, itd.), a za potomstva pojedinih majki i očeva tako da se najprije zbroje, a onda podijele brojevi u redovima ili stupcima dviju prethodnih tablica (npr. (5399,4 + 2979,2)/(66 + 37)). Aritmetička sredina svih potomstava zajedno je omjer zbrojeva sva četiri broja iz prethodnih tablica. Tablica sa svim aritmetičkim sredinama izgleda ovako:

M\O	Bc Mira	Prima	$\bar{y}_{M.}$
Lela	84,8	80,5	81,3
Lucija	80,5	79,1	79,8
$\bar{y}_{.O}$	81,1	79,6	

Razlika između aritmetičkih sredina cjelokupnih potomstava Lele i Lucije (1,5 kg/hl) veća je nego razlika između njihovih potomstava u križanju s Bc Mirom (1,3 kg/hl) ili Primom (1,4 kg/hl). Isto vrijedi i za usporedbu potomstava Bc Mire i Prime. Razlog za to je mala veličina uzorka potomstva križanja Lele i Prime zbog čega su aritmetičke sredine njihovih cjelokupnih potomstava pristrane procjene njihovog roditeljskog učinka. To se najbolje vidi na grafičkom prikazu na kojem su imena sorata smještena na mjestu aritmetičkih sredina njihovih cjelokupnih potomstava:



Položaj Lele iznad crte koja spaja aritmetičke sredine potomstva s dva različita oca ukazuje na to da je njen učinak kao roditelja precijenjen. Razlog za to je veća težina (*weight*) koju je pri izračunavanju aritmetičke sredine imalo „bolje potomstvo" križanja s Bc Mirom (jer je bilo zastupljeno s većim brojem biljaka). Na isti bi se način mogao opisati razlog zašto je učinak Prime podcijenjen.

S obzirom na postavljeni cilj istraživanja i način na koji su strukturirani podatci, znatno realnije procjene učinaka majki i očeva implicirale bi davanje jednake težine potomstvima obaju križanja za svaku majku ili oca. Drugim riječima, znatno realnije procjene bili bi prosjeci aritmetičkih sredina dvaju potomstava (npr. (81,8 + 80,5)/2):

M\O	Bc Mira	Prima	$\bar{y}_{M.}$
Lela	81,8	80,5	81,2
Lucija	80,5	79,1	79,8
$\bar{y}_{.O}$	81,2	79,8	

To je samo objašnjenje načina na koji funkcioniraju „procijenjeni rubni prosjeci", do kojih se zapravo dolazi analizom prema pretpostavljenom modelu. U ovom primjeru to bi bio model

koji uključuje učinke majki, očeva i njihove interakcije (iako je učinak interakcije zanemariv, pa se može i izostaviti). Procjene iz analize provedene prema tom modelu odgovaraju onima koje su prikazane u prethodnoj tablici.

10.3 Aproksimacija broja stupnjeva slobode

U poglavlju **Višefaktorski pokusi** navedeno je: kada model sadrži više slučajnih učinaka ili kada skupovi podataka nisu uravnoteženi, nije poznat točan broj stupnjeva slobode nazivnika u F-testu za fiksne učinke. Tada se radi provedbe F-testova mora koristiti neka od metoda aproksimacije broja stupnjeva slobode. Primjer za to je test za fiksni učinak faktora A u trofaktorskom pokusu iz Tablice 3.14. Ako se faktori B i C tretiraju kao slučajni, očekivana vrijednosti prosječnog kvadrata za faktor A jednaka je:

$$EMS_A = \sigma^2 + r\sigma^2_{ABC} + rc\sigma^2_{AB} + rb\sigma^2_{AC} + rbc\theta^2_A$$

Prema tome, nazivnik (*denominator*) F-omjera za F-test faktora A morao bi biti:

$$EMS_{den(A)} = \sigma^2 + r\sigma^2_{ABC} + rc\sigma^2_{AB} + rb\sigma^2_{AC}$$

Budući da takav očekivani prosječni kvadrat ne postoji u Tablica 3.14, on se mora konstruirati kao linearna kombinacija očekivanih prosječnih kvadrata interakcija A·B, A·C i A·B·C:

$$EMS_{den(A)} = EMS_{A\cdot B} + EMS_{A\cdot C} - EMS_{A\cdot B\cdot C}$$

Satterthwaite (1946) je predložio metodu aproksimacije prema kojoj se broj stupnjeva slobode nazivnika može izračunati prema izrazu:

$$df_{den} = \frac{EMS^2_{den}}{\sum_{i=1}^{k} \frac{(a_i \cdot MS_i)^2}{df_i}}$$

gdje su a_i koeficijenti kojima se množe prosječni kvadrati u linearnoj kombinaciji, a df_i njihovi stupnjevi slobode. Primjera radi, pretpostavimo da su prosječni kvadrati $EMS_{A\cdot B}$,

$EMS_{A \cdot C}$ i $EMS_{A \cdot B \cdot C}$ jednaki 15, 20 i 10; a njihovi pripadajući stupnjevi slobode 2, 6 i 6. Broj stupnjeva slobode nazivnika F-omjera za test faktora A mogao bi se izračunati prema gornjem izrazu:

$$df_{den(A)} = \frac{(15 + 20 - 10)^2}{\frac{(1 \cdot 15)^2}{2} + \frac{(1 \cdot 20)^2}{6} + \frac{(-1 \cdot 10)^2}{6}} = 3{,}19$$

Kenward i Roger (1997) razvili su znatno kompleksniju metodu aproksimacije koja također podrazumijeva i korekciju F omjera. U oba primjera u kojima je aproksimacija broja stupnjeva slobode nazivnika bila nužna (Primjer 5.1 i Primjer 5.2), ona je provedena primjenom Satterthwaiteove metode. Procjene dobivene Kenward-Rogerovom metodom neznatno bi se razlikovale, što ne bi utjecalo na ishod testova.

10.4 Alternativni način konstrukcije alfa dizajna

Za ovaj način konstrukcije (John i Williams, 1995) potrebna je tvorbena matrica dimenzija $k \times r$. Za primjer iz potpoglavlja 5.1 (t = 20, r = 3, k = 5, s = 4), tvorbena matrica (dimenzija 5 × 3) transponirana je matrica tvorbene matrice korištene za objašnjavanje prethodnog načina konstrukcije:

$$\begin{matrix} 0 & 2 & 1 \\ 0 & 3 & 3 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{matrix}$$

Iz svakog stupaca tvorbene matrice generira se jedna od repeticija, tako da se od svakog stupca tvorbene matrice generiraju onoliko stupaca intermedijarne matrice od koliko se blokova sastoji svaka repeticija. U ovom se primjeru od svakog stupca tvorbene matrice generiraju četiri stupca intermedijarne matrice; od kojih je prvi identičan stupcu tvorbene matrice, u drugom se upisuje prvi idući broj, u trećem drugi, a u četvrtom treći (ciklički, nakon 3 opet dolazi 0, itd.). Iz gornje tvorbene matrice tako nastaje ova intermedijarna matrica:

0	1	2	3	2	3	0	1	1	2	3	0
0	1	2	3	3	0	1	2	3	0	1	2
0	1	2	3	3	0	1	2	0	1	2	3
0	1	2	3	2	3	0	1	1	2	3	0
0	1	2	3	1	2	3	0	2	3	0	1

Zatim se brojevima u drugom retku pribroji broj blokova $s = 4$, brojevima u trećem retku $2s = 8$, brojevima u četvrtom retku $3s = 12$ i brojevima u petom retku $4s = 16$. Tako nastaje „radni" dizajn:

Repeticije											
I				II				III			
Blokovi											
1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4
0	1	2	3	2	3	0	1	1	2	3	0
4	5	6	7	7	4	5	6	7	4	5	6
8	9	10	11	11	8	9	10	8	9	10	11
12	13	14	15	14	15	12	13	13	14	15	12
16	17	18	19	17	18	19	16	18	19	16	17

Iako se ovaj dizajn naizgled razlikuje od dizajna prikazanog na Slici 5.1, jedina je razlika u tome što se ovdje umjesto brojeva od 1 do 20, kao „šifre" koriste brojevi od 0 do 19. Kada bi se svim brojevima u gornjem dizajnu pribrojio 1, dva bi dizajna bila istovjetna.

10.5 Podatci za Primjer 5.1

Blokovi (nepotpuni)								
4		3		2		1		
20	27,76	5	20,78	14	29,61	19	33,55	
6	29,65	10	11,62	15	27,87	2	23,49	
17	33,92	11	18,73	3	21,82	18	29,86	I
13	19,92	9	25,44	16	21,51	7	29,82	
8	29,38	1	18,89	4	24,64	12	31,65	
19	33,31	7	20,38	6	29,77	8	28,61	
10	20,26	20	26,90	11	27,98	16	20,98	
5	35,17	9	28,63	18	27,44	4	29,34	II
17	34,18	14	29,07	2	26,36	12	28,31	
13	19,75	15	24,86	1	25,45	3	34,64	
19	33,07	2	19,94	13	29,23	18	35,42	
11	19,19	1	19,85	7	28,09	14	35,10	
8	25,98	10	17,15	3	34,97	5	36,74	III
9	31,08	20	25,94	12	33,43	15	29,43	
4	26,94	17	29,00	6	31,75	16	21,27	
16	21,32	1	17,77	2	23,83	5	29,11	
13	21,62	8	27,56	17	35,49	20	27,53	
19	33,10	4	25,47	11	25,84	15	32,92	IV
10	20,73	12	28,76	18	21,45	7	25,18	
9	26,14	3	27,40	6	33,63	14	30,23	

Repeticije (potpuni blokovi)

10.6 Podatci za Primjer 5.2

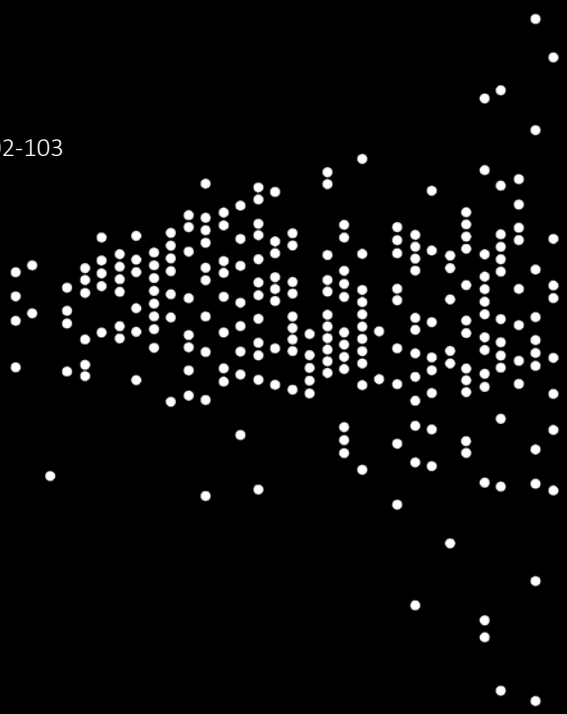
Nepotpuni blokovi

Repeticije (potpuni blokovi)	Redovi	Stupci 1		Stupci 2		Stupci 3		Stupci 4	
I	1	4	17,8	13	12,4	8	12,1	1	13.2
	2	15	13,9	10	15,3	2	12,8	16	14,3
	3	7	18,1	14	18,9	20	14,3	6	13,5
	4	12	15,4	9	15,6	18	12,1	17	13,8
	5	11	15,5	19	12,9	3	14,2	5	11,9
II	1	16	13,9	12	12,8	4	16,5	19	12,1
	2	2	12,3	5	14,3	13	12,8	20	13,2
	3	3	13,0	7	12,2	10	13,0	9	13,8
	4	1	12,5	6	13,9	11	17,3	18	13,4
	5	14	16,1	8	12,3	17	12,9	15	12,2
III	1	10	14,1	20	11,7	1	12,3	12	15,3
	2	6	12,7	3	11,7	15	13,3	13	12,3
	3	19	12,5	17	13,6	7	13,5	2	12,0
	4	8	12,1	16	14,0	9	15,8	11	15,0
	5	18	11,3	4	13,8	5	11,9	14	14,1
IV	1	13	11,7	18	11,4	16	13,8	7	12,9
	2	5	11,0	11	13,6	14	13,7	10	12,9
	3	20	11,2	1	12,5	19	11,7	8	11,3
	4	17	12,9	15	13,0	12	12,3	3	10,7
	5	9	13,7	2	11,5	6	12,0	4	13,8

10.7 Podatci za Primjer 6.1

II										IV									
90	87,5	87,5	92,5	91	87,5	90	87,5	90	67,5	90	80	82,5	82,5	72,5	85	95	77,5	90	92,5
97,5	92,5	100	85	97,5	95	85	98	85	92,5	83,5	90	75	91	87,5	85	83,5	88,5	94	81
95	105	105	87,5	102,5	102,5	105	95	85	89	82,5	90	82,5	85	72,5	80	80	82,5	77,5	77,5
71	95	85	89	95	101	81	92,5	85	97,5	95	105	95	97,5	82,5	87,5	97,5	92,5	92,5	95
85	105	99	105	96,5	93,5	96,5	107,5	107,5	98,5	99	102,5	99	102,5	95	100	77,5	85	86,5	89
106	100	82,5	92,5	101,5	95	100	101,5	103,5	91	103,5	105	87,5	106	102,5	108,5	97,5	112,5	102,5	102,5
105	108,5	108,5	115	105	102,5	86,5	107,5	100	108,5	105	105	82,5	105	105	115	105	95	113,5	100
106	101,5	106	113,5	89	99	106	112,5	108,5	105	108,5	105	108,5	90	99	107,5	110	91	108,5	100
I										III									

Kazalo pojmova



A

Akaikeov informacijski kriterij (AIC) ---> 53, 55
analiza varijance ---> 28, 30, 45-46, 48-49, 51-52, 84, 88, 102-103
– jednosmjerna ---> **8-17**, 18, 39, 108
atipični podatci ---> 20, 22-23

B

Benjamini-Hochbergova metoda ---> **31**, 33
Bonferronijeva korekcija ---> **30**, 33, 81, 86
Box-Coxova metoda ---> 24, 24-25

C

compact letter display (CLD) ---> sažeti slovni prikaz

D

devijanca ---> 53, 55
dizajni
– alfa ---> 71, **72-77**, 78, 89, 95-99, 114
– nerješivi ---> 6, 72
– redno-stupčani dizajn ---> **77-82**, 95, 97-99
– rješivi dizajni ---> 6, 72
– s nepotpunim blokovima ---> 5-7, **70-82**, 95-99, 110
– s potpunim blokovima ---> 5-7, **58-69**, 70, 89-95
– s razdijeljenim parcelama ---> 7, **83-88**, 99-101
Dunnettov test ---> **32**, 64, 76

E

expected mean square (EMS) ---> prosječni kvadrat

F

false discovery rate (FDR) ---> stopa lažnih otkrića
fiksni učinci ---> 50-52, 54, 56, 60, 109, 113
Fisherov LSD ---> **30**, 33
F-omjer ---> 17, 43, 48, 54-56, 113-114
F-test ---> 15, 17, 20, 22-23, 30, 33, 36, 45, 49, 54, 63, 69, 75, 80-81, 92, 113

G

glavni faktor ---> 83-84
glavni učinci ---> 38, 48

H

χ^2 test ---> 53, 55, 75

I

interakcija ---> 38-42, 44-45, 48, 55-56, 61, 84, 86, 102, 113

K

Kenward-Rogerova aproksimacija ---> 52, 114
kontrasti ---> 27, 32-33
kutijasti dijagram ---> 34, 82, 87, 119

L

latinizacija ---> **77**, 78, 95, 98-99
latinski kvadrat ---> **65-69**, 77-78, 89-90, 92-95
likelihood ratio test (LRT) ---> vjerodostojnost
linearna regresija ---> 17-19, 24-25
lokalna kontrola ---> 2, 5, 34-35, 58, 60, 102-104

M

maximum likelihood (ML) ---> vjerodostojnost
mean square (MS) ---> prosječni kvadrat
metoda najmanjih kvadrata ---> 10, 12, 18, 71
mješoviti modeli ---> **50-55**, 74, 84, 103, 110

N

načela eksperimentiranja ---> **1-2**, 5, 34, 58
najveća vjerodostojnost ---> vjerodostojnost
nelinearni modeli ---> 18, 22, 24
nepotpuni blokovi ---> dizajni s nepotpunim blokovima
nulta hipoteza ---> 9, 15-16, 18, 43

O

ograničena najveća vjerodostojnost ---> vjerodostojnost
opći linearni model ---> **17-19**
osnovna pokusna jedinica ---> pokusna jedinica
outlier ---> atipični podatci

P

parcela
– glavna ---> 83-85, 100, 103
– obračunska ---> 5
– osnovna parcela ---> 4-5, 74-75, 83
– podparcela ---> 83-85, 99
podfaktor ---> 83-85, 99-100
pogreška
– pokusa ---> 5, 18, 60, 83, 102
– tipa I ---> 28-29, 31
– tipa II ---> 28, 31
– usporedbe (razlike) ---> 27-28, 32, 46, 58, 60, 64, 72, 81, 89-90, 92-93, 96, 100
pokusna jedinica ---> 2, 4, 34-35, 38-39, 42, 58-59, 65, 68, 70, 77-78, 83, 102-103, 105
pokusno polje ---> 3-5, 59, 63, 84-85, 104
potpuni blokovi ---> dizajni s potpunim blokovima ---> repeticije
potpuno slučajan raspored ---> **34-37**, 41, 58-60, 89-90, 96
prosječni kvadrat (MS) ---> 15-16, 52, 90, 92-93, 113
– očekivane vrijednosti (EMS) ---> 43, 49, 52, 56, 113-114
puni model ---> 9-15, 18, 53, 55, 75, 79-81, 89-90, 94-96, 98, 120

Q

Q-Q dijagram ---> 20, 24

R

randomizacija ---> 2, 59, 65, 71, 77-78, 84
razdijeljene parcele ---> dizajni s razdijeljenim parcelama
reducirani model ---> 9-10, 12-15, 18, 41, 53, 55, 60, 75, 80-81, 89-90, 94-96
regresijski koeficijent ---> 18, 102
REML ---> vjerodostojnost
repeticije ---> 5, 58-65, 67-70, 72-81, 83-86, 88-94, 96-99, 101, 114-115
reziduali ---> 9, 11, 14-20, 22-26, 28, 32, 36-37, 41-43, 45, 48-49, 51-52, 55-56, 60-61, 64, 69, 75-76, 80-81, 103, 108
rezidualna najveća vjerodostojnost ---> vjerodostojnost

S

Satterthwaiteova aproksimacija ---> 52, 75-76, 113-114
sažeti slovni prikaz (CLD) ---> 33-34
slučajan raspored ---> randomizacija
slučajni blokni raspored ---> **58-65**, 67-68, 72, 75, 78, 84, 89-93, 95-100, 103
slučajni učinci ---> 51-56, 74-76, 80-81, 84, 110, 113

sortni pokus ---> 62, 68-69, 74
split-plot ---> **83-88**, 99-101, 103
standardna pogreška razlike ---> pogreška razlike
stopa lažnih otkrića (FDR) ---> 31
stopa pogreške
– pokusa ---> 29-30
– skupine testova ---> 29
– usporedbi ---> 29
struktura
– dizajna ---> 6-7, 38, 80, 83, 89
– tretiranja ---> 6-7, **38-41**, 83, 89
stupnjevi slobode ---> 15-17, 32, 42, 48, 52, 60-61, 75-76, 84, 90, 92, 113-114
suma kvadrata ---> 10-15, 18, 41-42, 44-45, 48, 60-61, 68, 72, 90, 92

T

test omjera vjerodostojnosti ---> vjerodostojnost
transformacije ---> 20-22, 24-26
t-test ---> 20, 27-28

U

učinkovitost ---> 8, 35, 53, 60, 63, 68-69, 75, 80-81, 89-101
ugniježđeni učinak ---> 47-49, 52-55, 74, 78
ukrižani učinci ---> 47-48

V

višefaktorski pokusi ---> 3, 6, **38-57**, 83-84, 110, 113
višestruke usporedbe ---> **27-34,** 36-37, 45-47, 63-64, 69, 76, 81-82, 84, 86, 92, 95
vjerodostojnost
– najveća vjerodostojnost (ML) ---> 51-53, 80
– ograničena ili rezidualna najveća vjerodostojnost (REML) ---> 51, 80
– test omjera vjerodostojnosti (LRT) ---> 53, 75, 80, 81

CroP-BioDiv

Znanstveni centar izvrsnostiza bioraznolikost i molekularno oplemenjivanje bilja (ZCI CroP-BioDiv)

Znanstveni centar izvrsnosti za bioraznolikost i molekularno oplemenjivanje bilja (ZCI CroP-BioDiv) istraživačka je mreža usmjerena na prijenos znanja i tehnologije sa svrhom izravnog doprinosa napretku istraživanja u poljoprivredi.

Istraživačka skupina uključuje znanstvenike triju fakulteta (Sveučilište u Zagrebu Agronomski fakultet; Sveučilište J. J. Strossmayera u Osijeku, Fakultet agrobiotehničkih znanosti; Sveučilište u Zagrebu, Prirodoslovno-matematički fakultet) i triju instituta (Institut za poljoprivredu i turizam Poreč; Poljoprivredi institut Osijek i Institut za jadranske kulture i melioraciju krša, Split), te stoga uključuje ugledne znanstvenike sa svih visokoškolskih institucija kao i znanstvenih instituta iz područja poljoprivrede u Hrvatskoj.

Ciljevi Znanstvenog centra izvrsnosti su:

(a) povećanje dobiti koja proizlazi iz upotrebe biljnih genetskih izvora za hranu i poljoprivredu,

(b) identifikacija ključnih svojstava biljnih vrsta pomoću poljskih pokusa i laboratorijskih analiza, te optimizacija protokola fenotipizacije,

(c) optimizacija protokola genotipizacije uvođenjem standardiziranih laboratorijskih postupaka, te

(d) primjena novih pristupa u statističkoj analizi podataka.

Istraživanja se provode na osam biljnih vrsta - modela koje predstavljaju glavne poljoprivredne kulture kao i kulture koje bi mogle postati zanimljive za poljoprivrednu proizvodnju u budućnosti u R. Hrvatskoj: kukuruz, pšenica, soja, vinova loza, maslina, kupusnjače/lukovi, grah i dalmatinski buhač/kadulje.

Krajnji je cilj Znanstvenog centra izvrsnosti poticanje suradnje i sinergije između hrvatskih sveučilišta i znanstvenih instituta na području poljoprivrede u svrhu utemeljenja nove istraživačke platforme koja će objediniti nova znanstvena saznanja i tehnološka postignuća u svrhu prevladavanja poteškoća u području oplemenjivanja bilja.

Za više informacija posjetite: **http://biodiv.iptpo.hr**

Prof. dr. sc. Zlatko Šatović, voditelj projekta
Sveučilište u Zagrebu Agronomski fakultet
Svetošimunska cesta 25, 10000 Zagreb
tel: 01 / 239 3935
e-mail: zsatovic@agr.hr

Jerko Gunjača

rođen je 1966. godine u Splitu. Diplomirao je, magistrirao i doktorirao na Sveučilištu u Zagrebu Agronomskom fakultetu, a danas je redoviti profesor u trajnom zvanju. U središtu je njegovog znanstvenog interesa biometrika i grane znanosti koje se oslanjaju na nju, kao što su kvantitativna genetika i dizajn eksperimenata. Trenutno je suradnik na elementu projekta u sklopu Znanstvenog centra izvrsnosti za bioraznolikost i molekularno oplemenjivanje bilja (ZCI CroP-BioDiv), a ranije je bio voditelj i suradnik na većem broju nacionalnih i međunarodnih znanstvenih projekata. Autor je nekoliko nastavnih i stručnih priručnika, te više od 80 znanstvenihi stručnih radova.
Član je relevantnih nacionalnih i međunarodnih društava (EUCARPIA, HBMD, HAD).

Europska unija
Zajedno do fondova EU

Republika Hrvatska

Europska unija
Zajedno do fondova EU

Republika Hrvatska